

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS DA TERRA

**Determinação dos factores intervenientes na fórmula de capacidade  
de carga. Comparação com o EC7 e com os da literatura existente**

Isaac Gabriel Loureiro da Silva

Dissertação apresentada à Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade  
Nova de Lisboa para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Geológica  
(Geotecnia)

Orientador: Professor Armando Manuel Sequeira Nunes Antão

Outubro de 2010



## RESUMO

O estudo de fundações tem tido desde sempre uma grande importância no âmbito da construção civil.

O desenvolvimento de ferramentas numéricas, aliado ao desenvolvimento da capacidade computacional disponível, permite modelar fundações em solos com cada vez maior rigor matemático, numa tentativa de aproximar cada vez mais o modelo da realidade.

No âmbito desta dissertação foram calculados inicialmente os factores  $N_c$  e  $N_q$  intervenientes na fórmula de capacidade de carga, de modo a calibrar a ferramenta utilizada. Seguidamente, efectuou-se o cálculo do factor  $N_\gamma$  de forma a comparar os valores presentes no EC7 (Eurocódigo 7 – Projecto Geotécnico) e na literatura existente, e calcularam-se os factores de inclinação  $i_c$ ,  $i_q$  e  $i_\gamma$ , e os factores de excentricidade  $e_c$ ,  $e_q$  e  $e_\gamma$ , que foram comparados com os valores do EC7.

Este texto apresenta inicialmente os princípios fundamentais da ferramenta numérica utilizada. Seguidamente são apresentados os procedimentos desenvolvidos que permitem o refinamento sistemático das malhas utilizadas. Por fim, apresenta-se os resultados obtidos, sua comparação e discussão.

## PALAVRAS-CHAVE

Teorema Cinemático; Factores de capacidade de carga; Factores de inclinação; Factores de excentricidade; Método do Elementos Finitos; Remalhção



**ABSTRACT**

The study of foundations has always been of great importance in the construction industry.

The development of numerical tools combined with the development of the computational capacity, allowed foundation modeling with increasing mathematical rigor in an attempt to put the model closer to the reality.

In this dissertation, the factors  $N_c$  and  $N_q$  involved in the formula of bearing capacity were first calculated in order to calibrate the tool. Afterwards the factor  $N_\gamma$  was calculated in order to compare with the values presented in the EC7 (Eurocode 7 – Geotechnical Design) and in the existing literature. The inclination factors  $i_c$ ,  $i_q$ ,  $i_\gamma$  and the eccentricity factors  $e_c$ ,  $e_q$ , and  $e_\gamma$  were compared with the values of EC7.

This paper presents, firstly, the fundamental principles of the used numerical tool. Subsequently presents the procedures that allow the systematic refinement of the mesh.

Finally, results, their comparison and discussion are presented.

**KEYWORDS**

Upper Bound theorem; Bearing capacity factors; Inclination factors, Eccentricity factors; Finite Element Method; Remesh.



## AGRADECIMENTOS

A todos aqueles que directa ou indirectamente me apoiaram no longo caminho até a apresentação deste trabalho, vão os meus mais sinceros agradecimentos.

Principalmente ao Professor Armando Antão, meu orientador e ao Professor Mário Silva, pela disponibilidade e esclarecimento de dúvidas, exemplo académico que procuro imitar.

Aos meus familiares, principalmente a meu Pai que já não se encontra cá, exemplo de pessoa que não se encontra, à minha Mãe que me criou, às minhas irmãs (segundas mães) pelo incentivo que me têm dado, aos meus cunhados Nuno e Paulo.

Aos meu amigos que me têm apoiado tanto nos tempos mais difíceis como nos menos difíceis. Destes, uma palavra especial ao Manuel (o grande), ao Ruben, ao Manuel de Chaves, ao Alex “Trina”, ao Beto, ao António “Magainha”, ao Flávio, ao “Salsa” e aos meus Sênses, Cláudio e Nelson. A todos, obrigado.

Agradeço ao Projecto PTDC/ECM/20368/2006 pela utilização do cluster de computadores que permitem realiza uma parte dos cálculos apresentados.

Finalmente, dedico este trabalho à memória do Filipe e do Alex amigos que já não se encontram entre nós.





## ÍNDICE

<b>RESUMO .....</b>	<b>III</b>
<b>PALAVRAS-CHAVE .....</b>	<b>III</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>V</b>
<b>KEYWORDS .....</b>	<b>V</b>
<b>AGRADECIMENTOS .....</b>	<b>VII</b>
<b>ÍNDICE.....</b>	<b>IX</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>XI</b>
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>XIII</b>
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 Enquadramento.....	1
1.2 Organização do trabalho.....	2
<b>2 METODOLOGIA.....</b>	<b>5</b>
2.1 Introdução.....	5
2.2 Estado da arte: definição do problema do factor de carga $N_\gamma$ .....	5
2.3 Definição do problema dos factores de inclinação .....	7
2.4 Definição do problema dos factores de excentricidade.....	8
2.5 Análise Limite .....	9
2.5.1 Equações de equilíbrio.....	9
2.5.2 Equação de compatibilidade.....	10
2.5.3 Equação do Trabalho Virtual .....	11
2.5.4 Relações Tensão - Deformação .....	11
2.5.5 Critério e função de cedência.....	12
2.5.6 Escoamento plástico associado e regra da normalidade .....	14
2.5.7 Teorema estático (ou da região inferior).....	15
2.5.8 Teorema cinemático (ou da região superior) .....	15

2.6	Ferramenta numérica – Sublim3D.....	16
2.6.1	Método dos Elementos Finitos.....	16
2.6.2	Criação do modelo e sua evolução.....	17
2.6.3	Entrada e saída de dados no Sublim3D.....	17
2.7	Metodologia seguida - Remalhção.....	19
<b>3</b>	<b>CÁLCULO DOS FACTORES DE CAPACIDADE DE CARGA.....</b>	<b>21</b>
3.1	Introdução.....	21
3.2	Factor de capacidade de carga $N_c$ - Cálculos e discussão.....	22
3.3	Factor de capacidade de carga $N_q$ - Cálculos e discussão.....	24
3.4	Factor de capacidade de carga $N_\gamma$ - Cálculos e discussão.....	26
<b>4</b>	<b>CÁLCULO DOS FACTORES DE INCLINAÇÃO.....</b>	<b>29</b>
4.1	Introdução.....	29
4.2	Factor de inclinação $i_c$ - Cálculos e discussão.....	30
4.3	Factor de inclinação $i_q$ - Cálculo e discussão.....	33
4.4	Factor de inclinação $i_\gamma$ - Cálculos e discussão.....	36
<b>5</b>	<b>CÁLCULO DOS FACTORES DA EXCENTRICIDADE.....</b>	<b>41</b>
5.1	Introdução.....	41
5.2	Factor de excentricidade $e_c$ - Cálculos e discussão.....	45
5.3	Factor da excentricidade $e_q$ - Cálculos e discussão.....	52
5.4	Factor de excentricidade $e_\gamma$ - Cálculo e discussão.....	59
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>67</b>
6.1	Conclusões aos resultados.....	67
6.2	Trabalho futuro.....	67
	<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>69</b>
	<b>ANEXO - MODELOS VISUALIZADOS NO PROGRAMA PARAVIEW. ....</b>	<b>71</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Esquema de rotura de Terzaghi .....	6
Figura 2 Esquema de uma sapata sujeita a uma carga excêntrica equilibrada por uma distribuição uniforme de tensão .....	8
Figura 3. Equações de equilíbrio (adoptado de (Chen, 1975)) .....	10
Figura 4. Equação de compatibilidade (adoptado de (Chen, 1975)) .....	11
Figura 5. Curva típica de relação tensão – deformação para solos (adaptado de Davis, 2002) .....	12
Figura 6. Critério de cedência de Mohr-Coulomb .....	13
Figura 7. Critério de cedência de Tresca .....	13
Figura 8. Normalidade do escoamento plástico na função de cedência de Mohr-Coulomb .....	14
Figura 9. Normalidade do escoamento plástico na função de cedência de Tresca .....	14
Figura 10. Etapas seguidas no cálculo dos factores em estudo e visualização do modelo .....	18
Figura 11. Visualização do ficheiro no ParaView com a dissipação da energia e a deformação. ..	19
Figura 12. Esquema do processo de refinação e evolução das malhas através de refinamentos sucessivos .....	20
Figura 14 Modelo esquemático da geometria, dimensão da sapata ( $B/2$ ), características $c$ , $\phi'$ e $\gamma$ , do solo do carregamento ( $V$ ) e sobrecarga ( $q$ ) .....	22
Figura 15. Gráfico com os resultados obtidos do $N_c$ e comparação com o EC7 .....	24
Figura 16. Gráfico com os resultados obtidos do $N_q$ e comparação com o EC7 .....	25
Figura 17. Gráfico com os resultados obtidos do $N_\gamma$ no Sublim3D, com os do EC7 e com os da literatura mais recente .....	27
Figura 18. Modelo esquemático da geometria, inclinação ( $\alpha$ ) do carregamento ( $F$ ) e sobrecarga ( $q$ ) .....	29
Figura 19. Gráfico com os dados do factor de inclinação $i_c$ , do Sublim3D e do EC7 .....	31
Figura 20. Representação das várias inclinações ( $\alpha$ ) em função do ângulo de atrito ( $\phi$ ) para os valores de $i_c$ .....	32
Figura 21. Gráfico com os dados do factor de inclinação $i_q$ , do Sublim3D e do EC7 .....	34
Figura 22. Representação das várias inclinações ( $\alpha$ ) em função do ângulo de resistência ao corte ( $\phi$ ) para os valores de $i_q$ .....	35
Figura 23. Gráfico com os dados do factor de inclinação $i_\gamma$ , do Sublim3D e do EC7 .....	38

Figura 24. Representação das várias inclinações ( $\alpha$ ) em função do ângulo de atrito ( $\phi$ ) para os valores de $i_\gamma$ .....	39
Figura 25. Esquema dos carregamentos aplicados a uma sapata com excentricidade .....	42
Figura 26. Gráficos com os resultados do Sublim3D dos momentos em função da das forças verticais para $e_c$ . ....	48
Figura 27. Gráficos com os resultados do Sublim3D dos momentos em função da das forças verticais para $e_c$ . ....	49
Figura 28. Gráficos com os resultados dos factores de excentricidades para o .....	51
Figura 29. Gráficos com os resultados dos factores das excentricidades para.....	52
Figura 30. Gráficos com os resultados do Sublim3D dos momentos em função das forças verticais para o $e_q$ . ....	55
Figura 31. Gráficos com os resultados do Sublim3D dos momentos em função das forças verticais para o $e_q$ . ....	56
Figura 32. Gráficos com os resultados dos factores das excentricidades para o Sublim3D e para o EC7 e relação entre eles para o $e_q$ .....	57
Figura 33. Gráficos com os resultados dos factores das excentricidades para o Sublim3D e para o EC7 e relação entre eles para o $e_q$ .....	58
Figura 34. Gráficos com os resultados do Sublim3D dos momentos em função das forças verticais para $e_\gamma$ . ....	62
Figura 35. (continuação) Gráficos com os resultados do Sublim3D dos momentos em função das forças verticais para $e_\gamma$ . ....	63
Figura 36. Gráficos com os resultados dos factores das excentricidades para o Sublim3D e para o EC7 e relação entre eles para $e_\gamma$ . ....	64
Figura 37. Gráficos com os resultados dos factores das excentricidades para o Sublim3D e para o EC7 e relação entre eles para $e_\gamma$ . ....	65

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 1. Resultados do $N_c$ para os vários ângulos de atrito e comparação com os do EC7.....	23
Tabela 2. Resultados do $N_q$ para os vários ângulos de resistência ao corte e comparação com os do EC7 .....	25
Tabela 3. Resultados do $N_\gamma$ para os vários ângulos de resistência ao corte e comparação com os do EC7 e com os da literatura existente.....	26
Tabela 4. Factores de inclinação $i_c$ do Sublim3D .....	30
Tabela 5. Factores de inclinação $i_c$ do EC7.....	31
Tabela 6. Factores de inclinação $i_q$ do Sublim3D .....	33
Tabela 7. Factores de inclinação $i_q$ do EC7.....	34
Tabela 8. Factores de inclinação $i_\gamma$ do Sublim3D .....	37
Tabela 9. Factores de inclinação $i_\gamma$ do EC7.....	37
Tabela 10. Valores de $\sigma_M$ usados no Sublim3D.....	44
Tabela 11. Valores de $V_{\text{Normalizado}}$ para $e_c$ .....	46
Tabela 12. Valores $M_{\text{Normalizado}}$ para $e_c$ .....	47
Tabela 13. Valores de $V_{\text{Normalizado}}$ do Sublim3D para $e_q$ .....	53
Tabela 14. Valores de $M_{\text{Normalizado}}$ do Sublim3D para $e_q$ .....	54
Tabela 15. Valores de $V_{\text{Normalizado}}$ do Sublim3D para $e_\gamma$ .....	60
Tabela 16. Valores de $M_{\text{Normalizado}}$ do Sublim3D para $e_\gamma$ .....	61

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Enquadramento

(Terzaghi, 1943), considerado “Pai” da Mecânica dos Solos, propôs uma equação para a capacidade de carga de fundações superficiais, baseada na sobreposição dos efeitos da coesão aparente ( $c$ ), da sobrecarga ( $q$ ) e do peso volúmico do solo ( $\gamma$ ). A estrutura dessa equação é ainda aceite até aos dias de hoje.

$$q_u = c'N_c + qN_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \quad (1)$$

onde os factores de capacidade de carga  $N_c$ ,  $N_q$ ,  $N_\gamma$  representam respectivamente, os efeitos da coesão aparente ( $c'$ ), da sobrecarga ( $q$ ), do peso volúmico do solo ( $\gamma$ ) e  $B$  representa a largura da sapata.

Para fundações superficiais infinitas sujeitas a um carregamento vertical centrado e para um solo sem peso, essa fórmula é regida pelos factores de capacidade de carga  $N_c$  e  $N_q$  que são função do ângulo de resistência ao corte ( $\phi'$ ), e para os quais existem soluções consideradas exactas. Para o factor de capacidade de carga  $N_\gamma$  não existe solução exacta e tem o seu desenvolvimento sido tema de grande quantidade de trabalhos a nível de métodos de cálculo desde Terzaghi.

Meyerhof (1963) sugeriu uma expressão analítica para o factor  $N_\gamma$ :

$$N_\gamma = (N_q - 1) \cot(1,4\phi') \quad (2)$$

Hansen (1970) propôs a seguinte expressão semi-empírica para o mesmo parâmetro.

$$N_\gamma = 1,5(N_q - 1) \tan(\phi') \quad (3)$$

Vesic (1975), uns anos mais tarde, sugeriu uma pequena modificação da expressão de Hansen:

$$N_{\gamma} = 2(N_q - 1) \tan(\phi') \quad (4)$$

que é a expressão analítica adoptada pelo EC7.

Com a evolução dos métodos de cálculo, ao longo das últimas décadas e, sobretudo, com o enorme aumento da capacidade computacional nos últimos anos, têm aparecido novas propostas, baseadas em métodos rigorosos, implementados numericamente para a determinação do factor de capacidade de carga  $N_{\gamma}$ .

Mais recentemente Hjiatj et al. (2005), que implementaram os teorema cinemático e o teorema estático da Análise Limite para a determinação da expressão para o factor de carga  $N_{\gamma}$  obtiveram a expressão:

$$N_{\gamma} = e^{\frac{1}{6}(\pi+3\pi^2 \tan(\phi'))} \tan^{\frac{2\pi}{5}}(\phi') \quad (5)$$

No seguimento desta tendência, o presente trabalho tem por objectivo a determinação dos factores intervenientes na fórmula de capacidade de carga, sua comparação com os valores do EC7 e com os da literatura existente, recorrendo à utilização de uma ferramenta numérica (Sublim3D) que implementa o teorema cinemático da análise limite e à criação de um programa de refinamento de malhas.

## 1.2 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado em 6 capítulos e um anexo.

No capítulo 1 faz-se a introdução do tema abordado e apresentam-se os objectivos e a organização do documento.

No capítulo 2 descreve-se o desenvolvimento dos métodos de cálculo existentes e as metodologias seguidas.

No capítulo 3 procede-se ao cálculo dos factores de capacidade de carga, sua comparação com os valores do EC7 e os da literatura existente e discussão.

No capítulo 4 procede-se ao cálculo dos factores de inclinação, comparação com o EC7 e sua discussão.

No capítulo 5 procede-se ao cálculo dos factores de excentricidade, comparação com o EC7 e discussão.

Por fim, no capítulo 6 apresentam-se as conclusões consideradas relevantes e adiantam-se algumas propostas de desenvolvimentos futuros do trabalho.

Em anexo estão os modelos obtidos com o programa ParaView, onde se visualizam as respectivas malhas, a deformação destas e a dissipação de energia.





## 2 METODOLOGIA

### 2.1 Introdução

O presente capítulo começa com uma apresentação da evolução dos métodos de cálculo propostos para o problema da determinação do  $N_\gamma$ , dos factores de inclinação e dos factores excentricidade proposto por este trabalho, presentes na fórmula de capacidade de carga. Seguidamente é feita a apresentação da ferramenta utilizada (Sublim3D), bem como da criação dos modelos recorrendo ao programa ANSYS, que são utilizados no cálculo dos factores intervenientes na fórmula de capacidade de carga.

A metodologia de resolução, descrevendo os diferentes processos necessários executados até a obtenção de resultados de qualidade, é explicada.

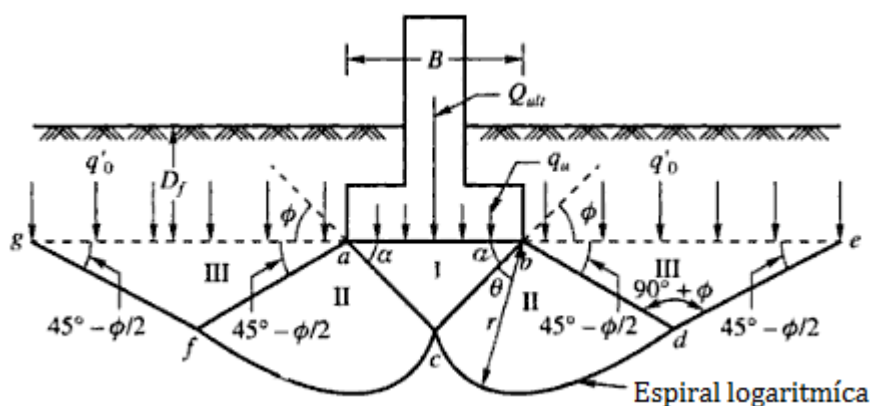
### 2.2 Estado da arte: definição do problema do factor de carga $N_\gamma$

As fórmulas de capacidade de carga actualmente disponíveis são exactas do ponto de vista teórico para fundações infinitas colocadas à superfície em meio sem peso, sujeitas a carregamento vertical centrado. A aplicação a casos cujas condições se afastam das acima referidas é suportada por factores muitas vezes de natureza empírica ou semi-empírica. Para esses factores não existem, muitas vezes, soluções exactas conhecidas.

As fórmulas actuais de cálculo de capacidade resistente de fundações superficiais têm como base a teoria desenvolvida por Terzaghi (1943). A sua equação baseia-se na sobreposição dos efeitos da coesão aparente ( $c'$ ), da sobrecarga ( $q$ ) e do peso do solo. A equação de capacidade de carga para uma fundação de comprimento infinito sujeita a carregamento vertical e centrado é escrita na equação 1 onde os factores de capacidade de carga  $N_c$ ,  $N_q$ ,  $N_\gamma$  representam respectivamente, os efeitos da coesão aparente ( $c$ ), da sobrecarga ( $q$ ), do peso volúmico do solo ( $\gamma$ ) e  $B$  representa a largura da sapata. Os factores  $N_c$ ,  $N_q$

e  $N_\gamma$  são definidos em função do ângulo de resistência ao corte ( $\phi'$ ). A estrutura básica da fórmula da capacidade de carga não mudou desde então.

Terzaghi usou o método de equilíbrio limite para calcular os factores de capacidade de carga. Nesta técnica admite-se que a rotura ocorre como resultado da formação de superfícies de deslizamento. A forma do mecanismo da rotura é composta por entidades geométricas simples (zona activa rígida I, zona espiral logarítmica II, zona passiva III) assinaladas na Figura 1. O estado de equilíbrio a nível global é avaliado considerando cada parte do mecanismo como um corpo livre sujeito a forças, sendo algumas delas resultantes das propriedades de resistência do solo (coesão e ângulo de resistência ao corte). A distribuição da tensão só é considerada na superfície de rotura. Este método é puramente estático, não fazendo intervir a deformação do meio.



**Figura 1. Esquema de rotura de Terzaghi**

Para um solo sem peso a definição de espiral logarítmica é única e é centrada na ponta da fundação, mas quando se considera o peso do solo, a forma da espiral logarítmica não se aplica na determinação do  $N_\gamma$ , pelo facto da resistência ao corte aumentar em profundidade (Chen, 1975)

Em 1951, Meyerhof publicou uma teoria para a capacidade de carga que poderia ser aplicada em fundações profundas e superficiais. Esta teoria é baseada no

método do equilíbrio limite, mas a forma da superfície de rotura é diferente da utilizada por Terzaghi, tendo em conta a resistência de corte do solo sobrejacente ao nível da base da fundação. A zona de corte radial é definida por uma espiral logarítmica, que é otimizada usando um método semi-gráfico. Alguns anos depois, Meyerhof (1963) sugeriu uma expressão analítica para o factor  $N_\gamma$  (equação 2).

Várias abordagens com mais rigor matemático foram feitas na análise da capacidade de carga, utilizando o método das equações características. Diversos investigadores incluindo Lundgren e Mortensen (1953), Sokolovskii (1965), Booker (1969), Hansen (1970), Vesic (1975), Bolton e Lau (1993), Kumar (2003) e Martin (2005) aplicaram este método na estimação dos factores de capacidade de carga. Nesta técnica, o critério de cedência de Coulomb é combinado com as equações de equilíbrio para dar um conjunto de equações diferenciais de equilíbrio plástico. Este conjunto, juntamente com as condições de fronteira da tensão, pode ser usado para investigar a tensão do solo subjacente à fundação no ponto de rotura incipiente.

Hoje em dia o trabalho de Martin (2005), baseado igualmente no método das características, parece ter produzido resultados que, do ponto de vista prático, constituem uma excelente aproximação do valor  $N_\gamma$ , atendendo a que se encontram, em geral, dentro dos valores obtidos através do teorema cinemático (região superior) e dos valores obtidos através do teorema estático (região inferior), provindas dos trabalhos da Análise Limite realizadas por Hjjaj *et al* (2005) e que são muito próximas entre si. O que equivale a dizer que os valores de Martin encontram-se no meio dos dois limites, superior e inferior.

### **2.3 Definição do problema dos factores de inclinação**

A equação de capacidade de carga para fundações infinitas sujeitas a carregamentos horizontais e verticais pode ser escrita sob a forma:

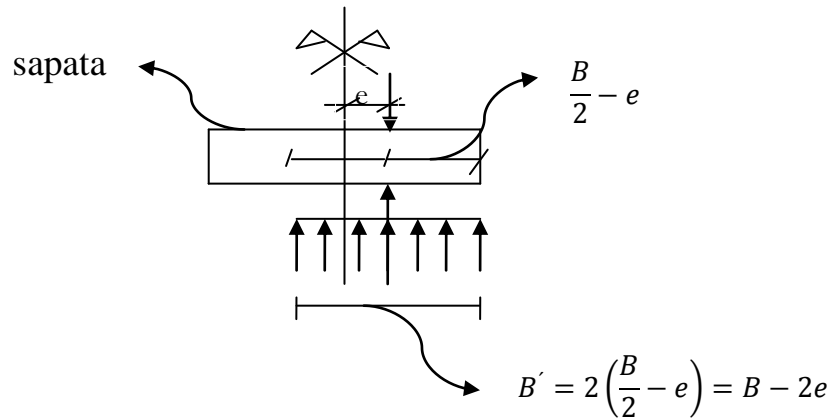
$$q_u = cN_c i_c + qN_q i_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma i_\gamma \quad (6)$$

em que  $i_c$ ,  $i_q$  e  $i_\gamma$  são factores de inclinação. Os valores são unitários quando o carregamento é vertical e vão decrescendo quando a inclinação vai aumentando.

Meyerhof (1953) estendeu a sua teoria da capacidade de carga com carregamento vertical para o caso de carregamento com inclinação. Depois, Hansen (1970) derivou expressões para os factores de inclinação, em que considerou a adesão entre o solo e a base da fundação. Mais tarde, Vesic (1975) propôs modificações empíricas das expressões de Hansen para os factores de inclinação e comparou os seus resultados com testes experimentais. A vantagem das fórmulas de Vesic em relação às de Hansen é que os parâmetros dos factores de inclinação são definidos pelas propriedades do material e pela geometria da fundação.

## 2.4 Definição do problema dos factores de excentricidade.

A expressão do EC7 é obtida considerando que a carga excêntrica é equilibrada por uma distribuição uniforme de tensão sob a sapata.



**Figura 2 Esquema de uma sapata sujeita a uma carga excêntrica equilibrada por uma distribuição uniforme de tensão**

Assim, a fórmula de capacidade de carga para sapatas sujeitas a cargas excêntricas, segundo o EC7 tem a forma:

$$q_u = 1 c N_c + 1 q N_q + \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{B - 2e}{B} \right) N_\gamma \quad (7)$$

Observa-se que a excentricidade no EC7 só tem influência na parcela do peso, tomando  $e_\gamma = 1 - \frac{2e}{B}$  sendo que para as outras parcelas como o EC7 não prevê nenhuma influência, equivalente considerar um factor com o valor unitário. No caso do factor  $e_\gamma$ , o EC7 apenas permite que  $e \leq \frac{B}{6}$ , condição explicada no capítulo 5.

## 2.5 Análise Limite

A resolução de um problema mecânico passa em geral pela verificação das seguintes condições:

- Equações de equilíbrio
- Equação de compatibilidade
- Relações Tensão – Deformação

A análise limite permite resolver problemas mecânicos onde se procura determinar a carga de colapso de uma estrutura. Para tal considerou-se que o material apresente uma relação tensão – deformação de tipo elástico perfeitamente plástico ou, de forma equivalente, rígido – perfeitamente plástico. Adicionalmente, considera-se que o material é associado e que é válida a regra de normalidade na determinação do escoamento plástico.

### 2.5.1 Equações de equilíbrio

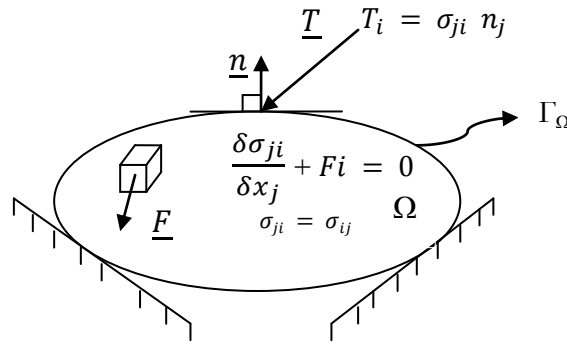
Um corpo diz-se estaticamente em equilíbrio se verificar as seguintes equações:

$$T = \sigma_{ji} n_j \quad \text{em } \Gamma_\Omega \quad (8)$$

$$\frac{\delta \sigma_{ji}}{\delta x_j} + F_i = 0 \quad \text{em } \Omega \quad (9)$$

$$\sigma_{ji} = \sigma_{ij} \quad \text{em } \Omega \text{ e } \Gamma_\Omega \quad (10)$$

A equação (8) refere-se à superfície de contacto ( $\Gamma_\Omega$ ) com o carregamento ( $T$ ); a equação (9) pertence ao interior do corpo ( $\Omega$ ), sendo  $\sigma_{ij}$  o tensor das tensões,  $F_i$  são forças volúmicas e  $n$  é a normal da superfície onde é aplicada a carga ( $T$ ). Como é exemplificado na Figura 3.



**Figura 3. Equações de equilíbrio (adoptado de (Chen, 1975))**

### 2.5.2 Equação de compatibilidade

Admite-se a hipótese dos pequenos deslocamentos e considera-se sempre que as funções de deslocamento ( $u$ ) que sejam tomadas em conta são suficientemente regulares para que todas as derivadas envolvidas possam ser calculadas. Na fronteira cinemática considera-se que  $u = 0$ , como se verifica na Figura 4. Nestas condições toma-se a relação seguinte entre deformação e deslocamento:

$$2\varepsilon_{ij} = \frac{\delta u_i}{\delta x_j} + \frac{\delta u_j}{\delta x_i} \quad (11)$$

$$2\varepsilon_{ij} = \frac{\delta u_i}{\delta x_j} + \frac{\delta u_j}{\delta x_i}$$

**Figura 4. Equação de compatibilidade (adoptado de (Chen, 1975))**

### 2.5.3 Equação do Trabalho Virtual

A equação do trabalho virtual é constituída por dois conjuntos separados: conjunto de equilíbrio e conjunto de compatibilidade em que  $T_i$  e  $F_i$  são forças externas,  $u_i$  são deslocamentos,  $\sigma_{ij}$  é o tensor de tensões e  $\varepsilon_{ij}$  é o tensor de deslocamentos.

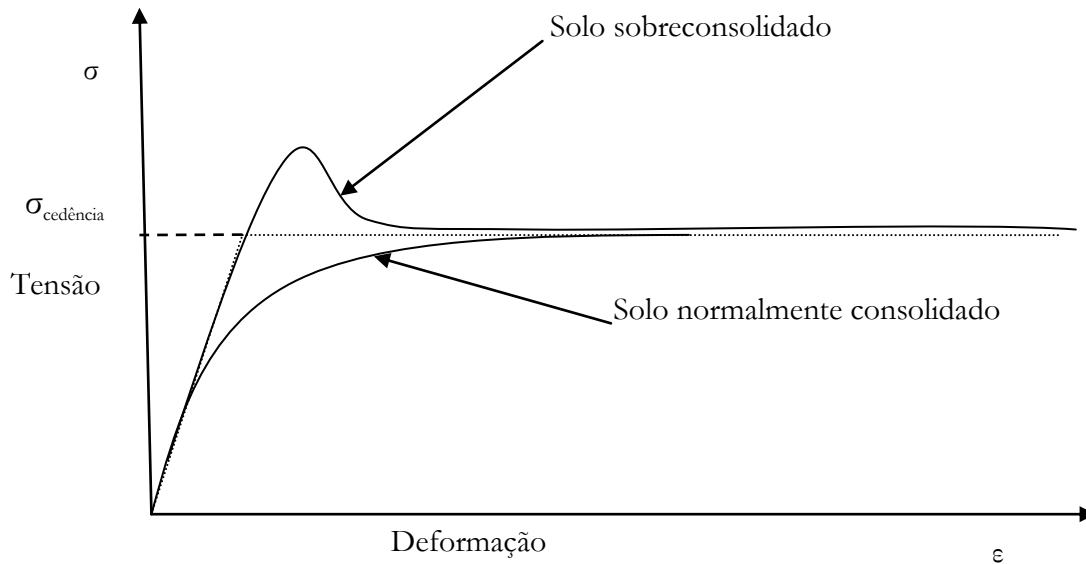
$$\begin{array}{c} \text{Conjunto de equilíbrio} \\ \int_A T_i u_i d\Gamma + \int_V F_i u_i d\Omega = \int_V \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} d\Omega \\ \text{Conjunto de compatibilidade} \end{array} \quad (12)$$

### 2.5.4 Relações Tensão - Deformação

Na figura 5 estão representados um gráfico com dois tipos de solos quando sujeitos a um carregamento de corte, solo normalmente consolidado e solo sobreconsolidado. Na análise limite é necessário ajustar e considerar duas rectas a tracejado, ou seja, que tenha um comportamento elástico perfeitamente plástico. (Chen, 1975)

No modelo de comportamento elástico perfeitamente plástico, se a tensão for inferior à  $\sigma_{cedência}$  o comportamento é elástico. Se a tensão for igual à  $\sigma_{cedência}$  o comportamento ou é perfeitamente plástico ou, no caso de descarga, elástico.





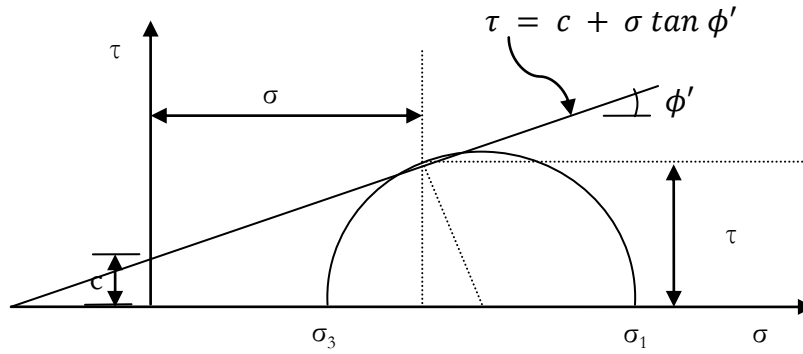
**Figura 5. Curva típica de relação tensão – deformação para solos (adaptado de Davis, 2002)**

### 2.5.5 Critério e função de cedência

A condição que caracteriza a transição do modelo de comportamento considerado de um estado elástico para um escoamento perfeitamente plástico no qual  $\sigma_{cedência}$  é constante, é designada por critério de cedência. No caso de um carregamento drenado, considera-se que o escoamento plástico ocorre quando numa qualquer faceta a tensão de corte ( $\tau$ ) atinge um valor que depende linearmente da tensão normal ( $\sigma$ ) e da coesão ( $c$ ) (Chen, 1975), ou seja:

$$\tau = c + \sigma \tan \phi' \quad (13)$$

Esta equação foi sugerida por Coulomb em 1773. O ângulo de resistência ao corte ( $\phi'$ ) e a coesão ( $c'$ ) são constantes que caracterizam a resistência do solo, como está exemplificado na figura 6.



**Figura 6. Critério de cedência de Mohr-Coulomb**

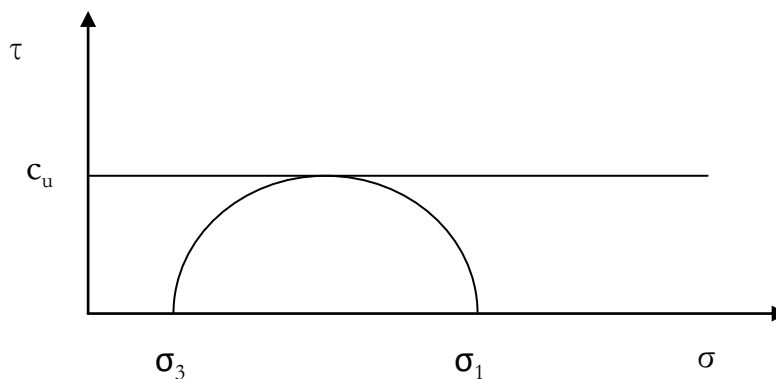
A condição de cedência pode ser escrita a partir de uma função de cedência  $f(\sigma)$ . Neste caso, esta função pode ser escrita, em termos das tensões principais, como:

$$f = \sigma_1(1 - \sin \phi') - \sigma_3(1 + \sin \phi') - 2c \cos \phi' \quad (14)$$

Se  $f(\sigma) = 0$ , ocorre escoamento plástico, se  $f(\sigma) < 0$  corresponde ao comportamento elástico, não se considerando a condição  $f(\sigma) > 0$ .

Para o caso de carregamentos não drenados (correspondendo a um comportamento incompressível) utiliza-se o critério de cedência de Tresca, em que  $c_u$  é a coesão não drenada, como está exemplificado na Figura 7.

$$c_u = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (15)$$



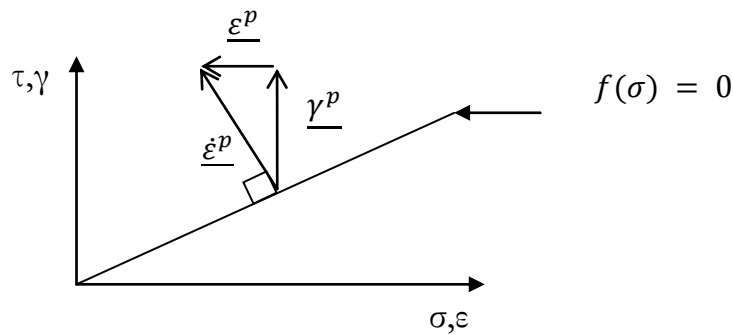
**Figura 7. Critério de cedência de Tresca**

### 2.5.6 Escoamento plástico associado e regra da normalidade

O escoamento plástico de um material associado é definido recorrendo à regra da normalidade através de:

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^p = \lambda \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma} \quad \text{sendo } \lambda, \text{ o multiplicador plástico} \quad (16)$$

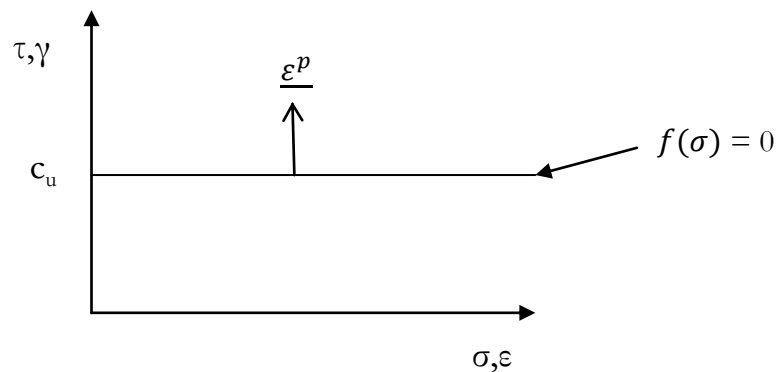
$\varepsilon^p$  é normal à superfície de cedência  $f$ ,. (Davis, 2002), como está exemplificado na Figura 8, em que  $\underline{\varepsilon}^p$  é a componente de variação de volume e  $\underline{\gamma}^p$  é a componente de distorção.



**Figura 8. Normalidade do escoamento plástico na função de cedência de Mohr-Coulomb**

Como se pode verificar na Figura 9, no caso do critério de Tresca, utilizado na modelação de carregamentos não drenados, a utilização da regra da normalidade num material associado traduz-se numa não variação de volume, que corresponde à incompressibilidade registada nos carregamentos não drenados.

No caso da utilização do critério de Mohr-Coulomb, nos carregamentos drenados a utilização da regra da normalidade num material associado conduz à existência da variação de volume.



**Figura 9. Normalidade do escoamento plástico na função de cedência de Tresca**

### 2.5.7 Teorema estático (ou da região inferior)

Segundo o teorema estático da análise limite se existir um campo de tensões que equilibre as forças aplicadas e que verifique  $f(\sigma) < 0$ , então as forças aplicadas são suportáveis pela estrutura.

A aproximação do carregamento limite fornecida pelo teorema Limite Estático necessita de um campo de tensões equilibrado satisfazendo as equações (8), (9) e (10), dito estaticamente admissível, e que verifique  $f(\sigma) < 0$ , o que o transforma em plasticamente admissível.

### 2.5.8 Teorema cinemático (ou da região superior)

Segundo o teorema cinemático, as cargas impostas a uma estrutura não serão suportadas por essa estrutura se, para qualquer figura de rotura assumida, a potência dos esforços externos for maior que a potência dissipada plasticamente.

A imposição da igualdade entre a potência dos esforços externos e a potência dissipada para qualquer mecanismo válido, permite obter um limite superior da carga limite última. As condições requeridas para estabelecer uma solução de limite superior são essencialmente:

- a assunção de um mecanismo de colapso válido que satisfaça as condições fronteira;
- o cálculo da potência dos esforços externos devido aos deslocamentos definidos pelo mecanismo assumido;
- o cálculo da dissipação da energia nas regiões deformadas plasticamente associados ao mecanismo,
- a utilização do princípio dos trabalhos virtuais na obtenção do valor de aproximação da região superior da carga de colapso (Chen, 1975).

Potência dos esforços externos:

$$P_e = \int_{\Gamma_\Omega} T_i u_i^p d\Gamma_\Omega + \int_{\Omega} F_i u_i^p d\Omega \quad (17)$$

Potência dos esforços internos:

$$P_i = \int_{\Omega} \sigma_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p d\Omega \quad (18)$$

Igualando a potência dos esforços externos (17) à potência dos esforços internos (18) fica:

$$\int_{\Gamma_\Omega} T_i u_i^p d\Gamma_\Omega + \int_{\Omega} F_i u_i^p d\Omega = \int_{\Omega} \sigma_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p d\Omega \quad (19)$$

Onde a integração é feita no limite do corpo  $\Gamma_\Omega$  e no interior  $\Omega$ , sendo  $T_i$  e  $F_i$  forças externas,  $u_i^p$  deslocamento plástico,  $\sigma_{ij}^p$  tensor de tensões e  $\varepsilon_{ij}^p$  tensor de deformações plásticas.

## 2.6 Ferramenta numérica – Sublim3D

### 2.6.1 Método dos Elementos Finitos

A ferramenta utilizada nos cálculos efectuados, Sublim3D (Strict Upper Bound Limit analysis code) que foi desenvolvido pelo grupo de investigação do Departamento de Eng<sup>a</sup> Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa e é baseada no Teorema Cinemático da Análise Limite e utiliza o Método dos Elementos Finitos na sua implementação numérica.

A utilização do Método do Elementos Finitos permite discretizar quer o solo de fundação, quer a própria sapata, em elementos onde se admite uma aproximação conhecida para os deslocamentos. O conjunto desses elementos é chamado de “malha” de elementos. Os elementos utilizados são sempre triângulos de três ou seis nós, propiciando aproximações dos deslocamentos nos elementos lineares ou quadráticos, respectivamente. As condições limite em deslocamentos e em forças

são impostas aos elementos discretizados, sendo que o conjunto das diferentes entidades será de seguida designado por modelo.

### **2.6.2 Criação do modelo e sua evolução**

A criação do modelo foi feita através do programa ANSYS pelo meio da escrita de linhas de comandos que definem as dimensões do modelo, o tipo de elementos, a quantidade de elemento, as restrições impostas aos graus de liberdade nos limites do modelo e as cargas aplicadas (carregamento e sobrecarga).

No início deste trabalho foram utilizados elementos triangulares de três nós, obtidos a partir da divisão de quadriláteros através das suas diagonais. Posteriormente foi possível utilizar modelos com elementos triangulares com seis nós que permitem aproximações quadráticas dos campos de deslocamentos. Com a utilização destes elementos, foi possível recorrer a técnicas de refinamento das malhas, como será visto na figura 12.

### **2.6.3 Entrada e saída de dados no Sublim3D**

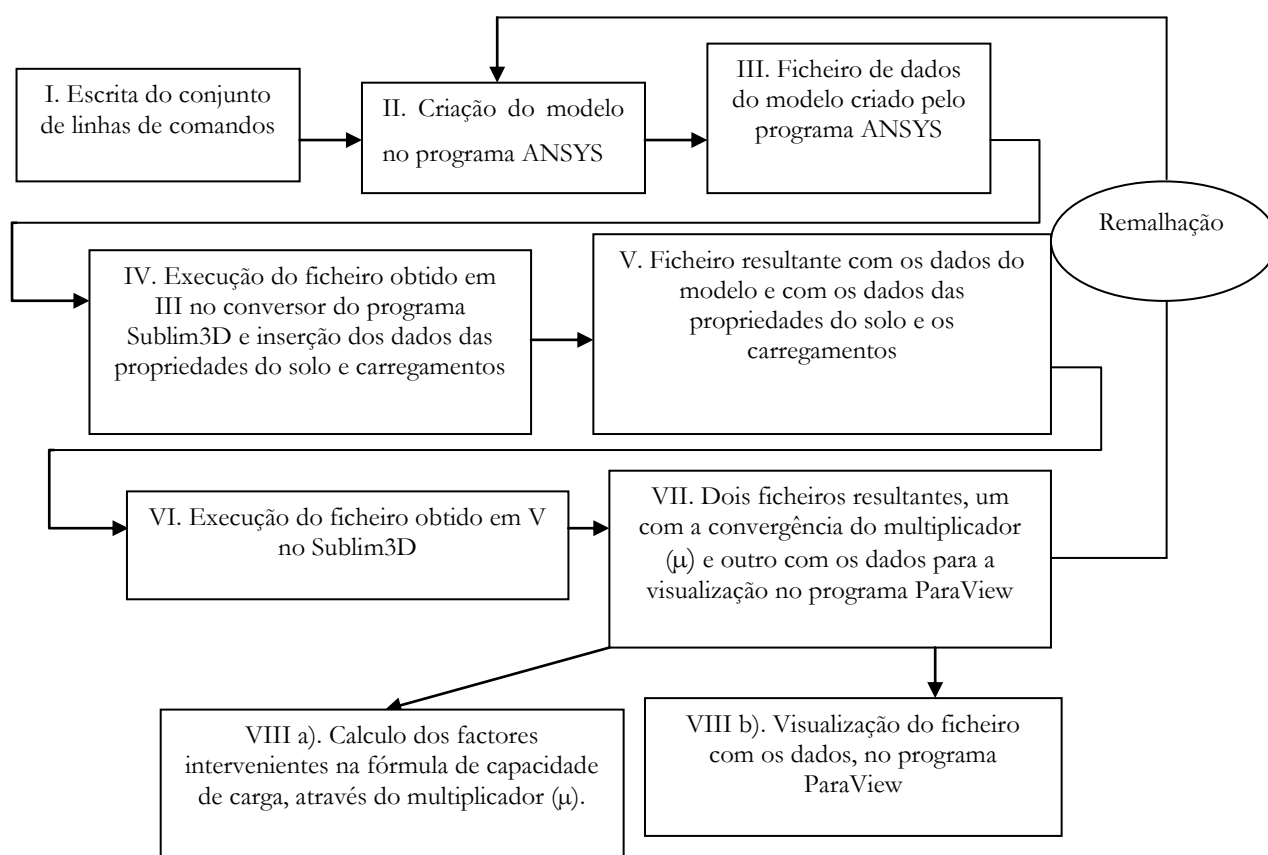
Na Figura 10 é apresentado o esquema do conjunto de operações a realizar para permitir obter os valores dos factores intervenientes na fórmula de capacidade de carga pretendidos.

Inicialmente é escrito um conjunto de linhas de comandos (I) que, quando tratado pelo programa ANSYS, permite a criação do modelo base (II), traduzido na escrita de um ficheiro com os elementos necessários à definição desse modelo (III). Este ficheiro é convertido (IV) de forma a respeitar as configurações de dados do programa Sublim3D. Sobre estes dados convertidos ao formato Sublim3D são inseridas as diferentes propriedades dos materiais assim como a definição completa dos carregamentos a considerar, resultando um ficheiro com o formato Sublim3D (V).

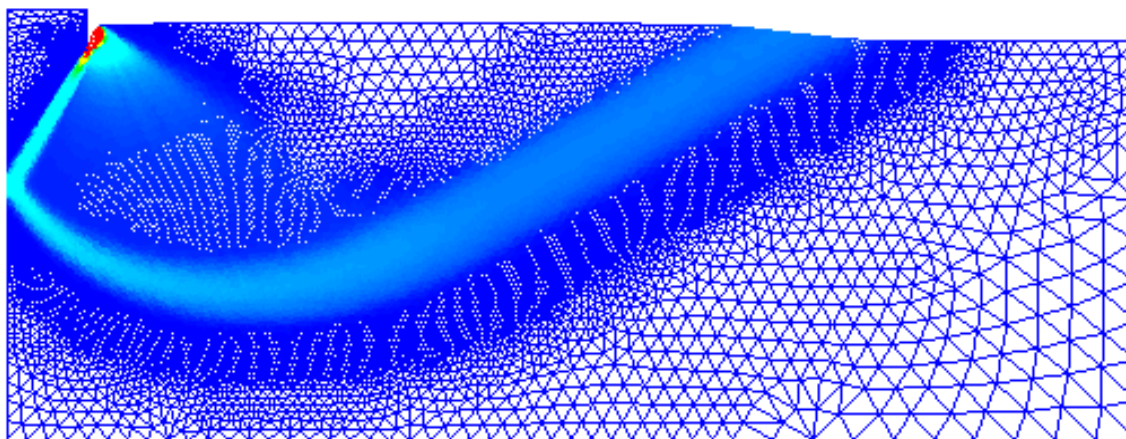
A execução desse ficheiro pelo Sublim3D (VI) permite obter um ficheiro ilustrando a convergência do processo de cálculo, assim como o valor do multiplicador da carga de colapso, e outro ficheiro, traduzindo os resultados do conjunto de velocidades correspondente ao mecanismo de colapso assim como a dissipação de energia obtida (VII).

A partir daqueles valores calcularam-se as aproximações fornecidas pelo Sublim3D (VIII a) assim como se processa a visualização do mecanismo, com recurso ao programa ParaView (VIII b), de que é exemplo a Figura 11.

Com o ficheiro que se utiliza no ParaView executa-se um ficheiro com linhas de comandos para refinar (remalhação) a malha que está no ANSYS no passo II. Daí resulta uma posteriormente uma malha com mais elementos na figura de rotura, depois vai o passo III.



**Figura 10. Etapas seguidas no cálculo dos factores em estudo e visualização do modelo**



**Figura 11. Visualização do ficheiro no ParaView com a dissipação da energia e a deformação.**

## **2.7 Metodologia seguida - Remalhção**

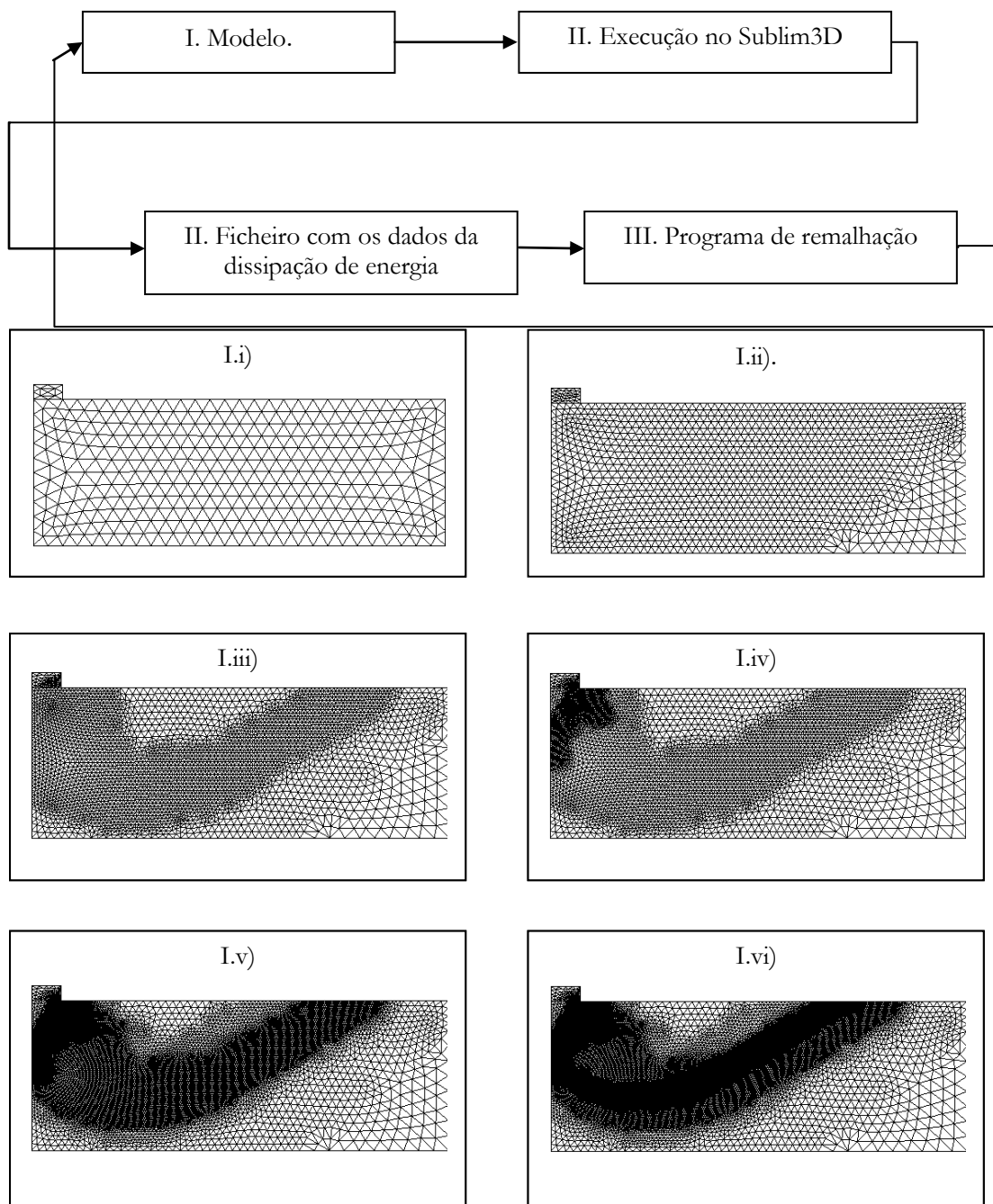
Seguindo as etapas atrás referidas complementadas com a utilização de um programa desenvolvido pelo autor deste trabalho que permite o refinamento dos elementos constituintes da malha nas zonas onde ocorre dissipação da energia.

Procedeu-se ao cálculo dos factores de capacidade de carga  $N_c$  e  $N_q$ , com o objectivo de calibrar a ferramenta em utilização. Posteriormente, procedeu-se ao cálculo do factor interveniente na fórmula da capacidade de carga,  $N_\gamma$ , dos factores de inclinação e o efeito da excentricidade. Finalmente, efectuou-se a comparação dos resultados obtidos com os das expressões do EC7 e outros da literatura mais recente.

No método utilizado começou-se por criar um modelo com malha triangular grosseira aproximadamente uniforme, com elementos com seis nós. Após a realização das etapas atrás descritas, é aplicado ao ficheiro que contém os dados da dissipação da energia fornecida pelo Sublim3D um programa que permite seleccionar os elementos cuja dissipação de energia é superior a um mínimo predefinido. A seguir, os elementos seleccionados são refinados no programa ANSYS com auxílio de um ficheiro com linhas de comando, que é foi desenvolvido pelo autor desta dissertação.



Este processo é cíclico, começando com uma malha mais grosseira até se obter uma malha mais refinada nas zonas onde ocorre a maior dissipação da energia. Assim, a maior quantidade de elementos encontra-se onde ocorre dissipação da energia, ou seja, tem-se maior densidade de elementos onde ocorre dissipação e menor densidade de elementos onde não ocorre dissipação. Na Figura 12 apresenta-se um esquema do processo de refinação e as malhas obtidas.



**Figura 12. Esquema do processo de refinação e evolução das malhas através de refinamentos sucessivos**

### 3 CÁLCULO DOS FACTORES DE CAPACIDADE DE CARGA

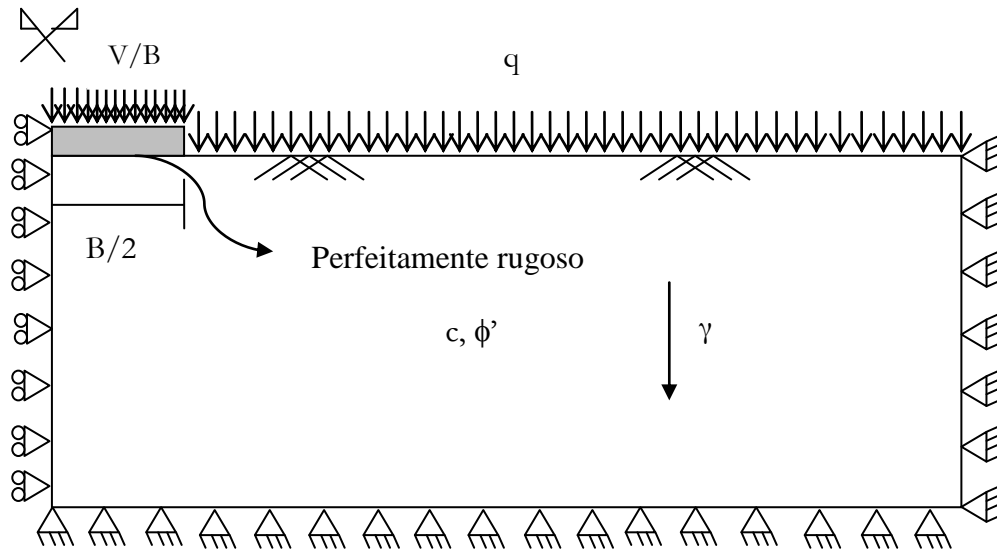
#### 3.1 Introdução

Neste capítulo apresenta-se o cálculo dos factores de capacidade de carga e dos resultados obtidos, bem como a respectiva comparação com os do EC7 e com os da literatura mais recente.

Para isolar cada factor de capacidade de carga foi necessário considerar os outros como nulos. No cálculo dos factores de carga  $N_\gamma$  e  $N_q$  foi necessário considerar a coesão nula. Esta condição conduz à impossibilidade de visualização do trabalho dissipado plasticamente, o que impede uma correcta percepção visual do mecanismo obtido, bem como a possibilidade de refinamento da malha. Nesse sentido, foi adoptada uma coesão pequena  $c = 0,0001$  kPa com influência negligenciável nos resultados até obter a malha final. No cálculo final, quando já não se pretendiam efectuar mais refinamentos, considerou-se a coesão como sendo nula. Os ângulos de resistência ao corte admitidos foram  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $40^\circ$ .

Na Figura 13 é apresentado o modelo de cálculo utilizado na determinação de  $N_c$ ,  $N_q$  e  $N_\gamma$ , de forma esquemática. Atendendo à simetria do problema, apenas se utiliza metade do modelo.

Os carregamentos considerados são o peso volúmico ( $\gamma$ ), nulo aquando do cálculo de  $N_c$  e  $N_q$ , o carregamento à superfície ( $q$ ), nulo aquando do cálculo de  $N_c$  e  $N_\gamma$  e o carregamento ( $V$ ) que, multiplicado por um factor  $\mu$ , representará a carga de colapso. As condições limites são as usuais em casos semelhantes: deslocamentos impedidos na base e na fronteira vertical direita, deslocamentos horizontais impedidos na fronteira vertical da esquerda, como está representado na Figura 13.



**Figura 13** Modelo esquemático da geometria, dimensão da sapata ( $B/2$ ), características  $c$ ,  $\phi'$  e  $\gamma$ , do solo do carregamento ( $V$ ) e sobrecarga ( $q$ )

### 3.2 Factor de capacidade de carga $N_c$ - Cálculos e discussão

Como referido anteriormente, considerou-se que, no cálculo de  $N_c$ , se têm como nulos os valores de  $\gamma$  e  $q$ . Assim, a capacidade de carga pode ser escrita como  $\mu V = c N_c$  onde:

$$N_c = \frac{\mu V}{c} \quad (20)$$

em que  $\mu$  é o factor multiplicativo (dado pelo Sublim3D),  $V$  é o carregamento aplicado considerado como unitário,  $c' = 1$  kPa,  $V = 1$  kPa,  $q = 0$  kPa e  $\gamma = 0$  kN/m<sup>3</sup> (todos valores  $c$ ,  $q$ ,  $\gamma$  e  $V$  são inseridos no conversor do Sublim3D). Os resultados são apresentados na Tabela 1, a qual inclui também o erro relativo dos resultados obtidos, definido por:

$$erro N_c = \frac{|N_{cSublim3D} - N_{c(EC7)}|}{N_{c(EC7)}} \quad (21)$$

**Tabela 1. Resultados do  $N_c$  para os vários ângulos de atrito e comparação com os do EC7**

$\phi'(^{\circ})$	$N_c$ Sublim3D	$N_c$ (EC7)	Erro $N_c$ (%)
<b>10</b>	8,3608	8,3449	0,19
<b>20</b>	14,8922	14,8347	0,38
<b>30</b>	30,2820	30,13962	0,47
<b>40</b>	75,8018	75,3131	0,64

É de notar que o erro vai aumentando à medida que o ângulo de resistência ao corte aumenta. Isto deve-se ao facto de que quanto maior é o ângulo de resistência ao corte maior será a figura de rotura, como é indicado em anexo, sendo necessário para os maiores ângulos de resistência ao corte, maior número de elementos para manter a mesma qualidade de refinamento o que, por vezes, inviabiliza a realização de tais cálculos. O erro é muito pequeno (menos que 1 %) donde se conclui que a ferramenta utilizada permite obter resultados com boa precisão. A Figura 14 seguinte apresenta um gráfico com os resultados obtidos, não sendo distinguíveis na escala utilizada diferença entre os valores obtidos e os exactos.

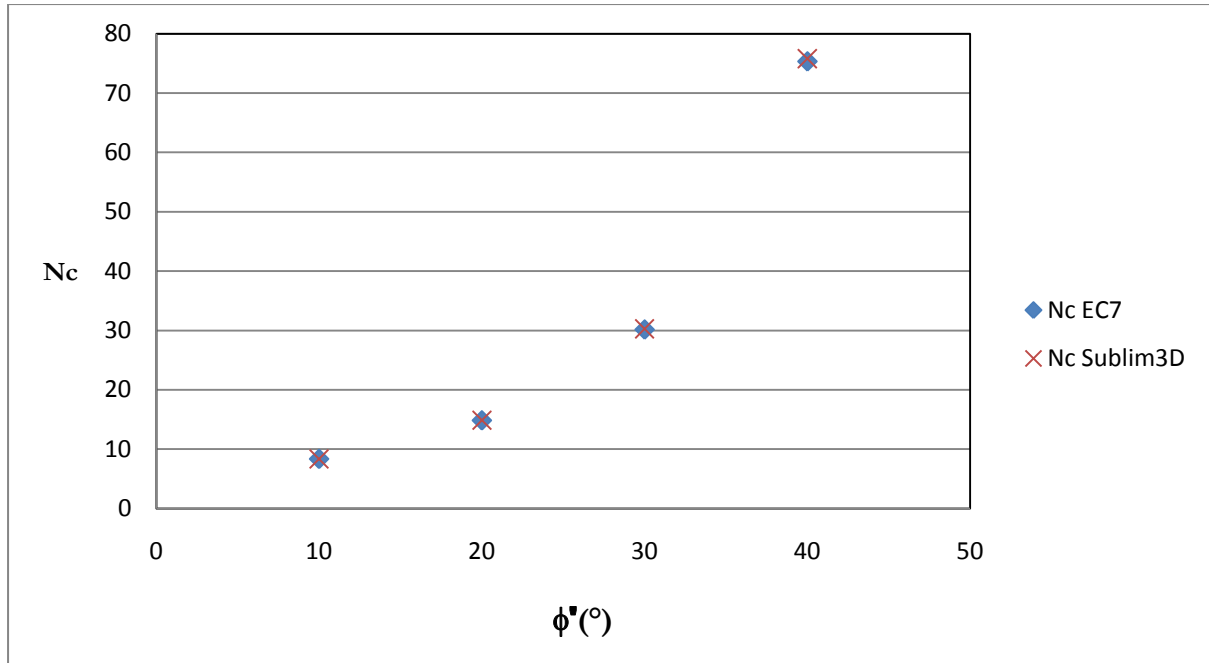


Figura 14. Gráfico com os resultados obtidos do  $N_c$  e comparação com o EC7

### 3.3 Factor de capacidade de carga $N_q$ - Cálculos e discussão

Como referido anteriormente considerou-se que, no cálculo de  $N_q$ , se tem como nulos os valores  $c$  e  $\gamma$ . Assim a capacidade de carga pode ser escrita como  $\mu V = q N_q$  onde:

$$N_q = \frac{\mu V}{q} \quad (22)$$

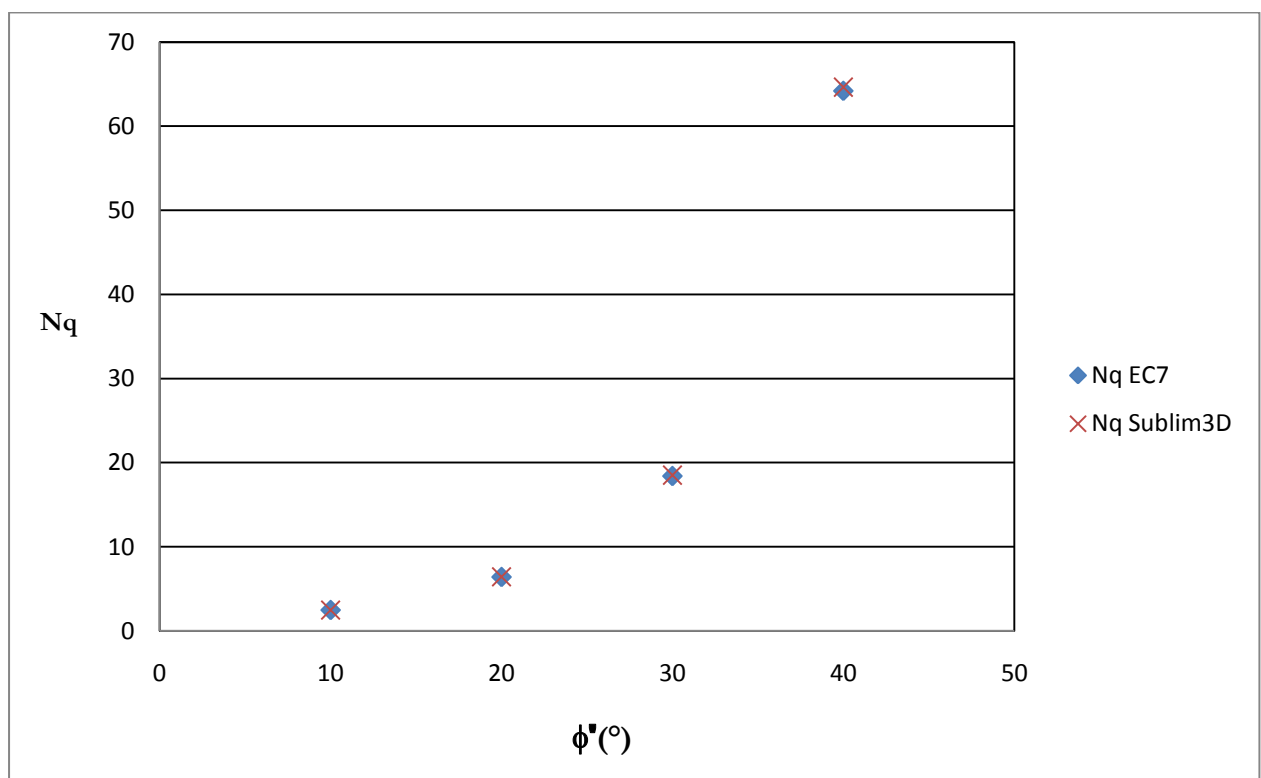
Os dados, inseridos no conversor do Sublim3D, são:  $c = 0$  kPa,  $V = 1$  kPa,  $q = 10$  kPa e  $\gamma = 0$  kN/m<sup>3</sup>. Os resultados são apresentados na Tabela 2, sendo o erro:

$$erro N_q = \frac{|N_{qSublim3D} - N_q(EC7)|}{N_q(EC7)} \quad (23)$$

**Tabela 2. Resultados do  $N_q$  para os vários ângulos de resistência ao corte e comparação com os do EC7**

$\phi'(^{\circ})$	$N_q$ Sublim3D	$N_q$ EC7	Erro $N_q$ (%)
<b>10</b>	2,4793	2,4714	0,32
<b>20</b>	6,4291	6,3994	0,46
<b>30</b>	18,5123	18,4011	0,60
<b>40</b>	64,6384	64,1952	0,69

A conclusão a que se chega é a mesma da do subcapítulo anterior: os valores são muito próximos da solução exacta tendo um erro muito pequeno, inferior a 1 %. Pode-se concluir assim que, para o factor de capacidade de carga  $N_q$ , a ferramenta numérica utilizada permite obter resultados com muito boa precisão. A Figura 15 apresenta um gráfico com os resultados obtidos, não sendo na escala utilizada distinguíveis diferenças entre os valores obtidos e os exactos.

**Figura 15. Gráfico com os resultados obtidos do  $N_q$  e comparação com o EC7**

### 3.4 Factor de capacidade de carga $N_\gamma$ - Cálculos e discussão

Como referido anteriormente considerou-se que, no cálculo de  $N_\gamma$ , se tem como nulos os valores  $c$ ,  $q$  e que  $B$  igual a 2 m. Assim a capacidade de carga pode ser escrita como  $\mu V = \frac{1}{2} \gamma N_\gamma B$  donde:

$$N_\gamma = \frac{2\mu V}{B\gamma} \quad (24)$$

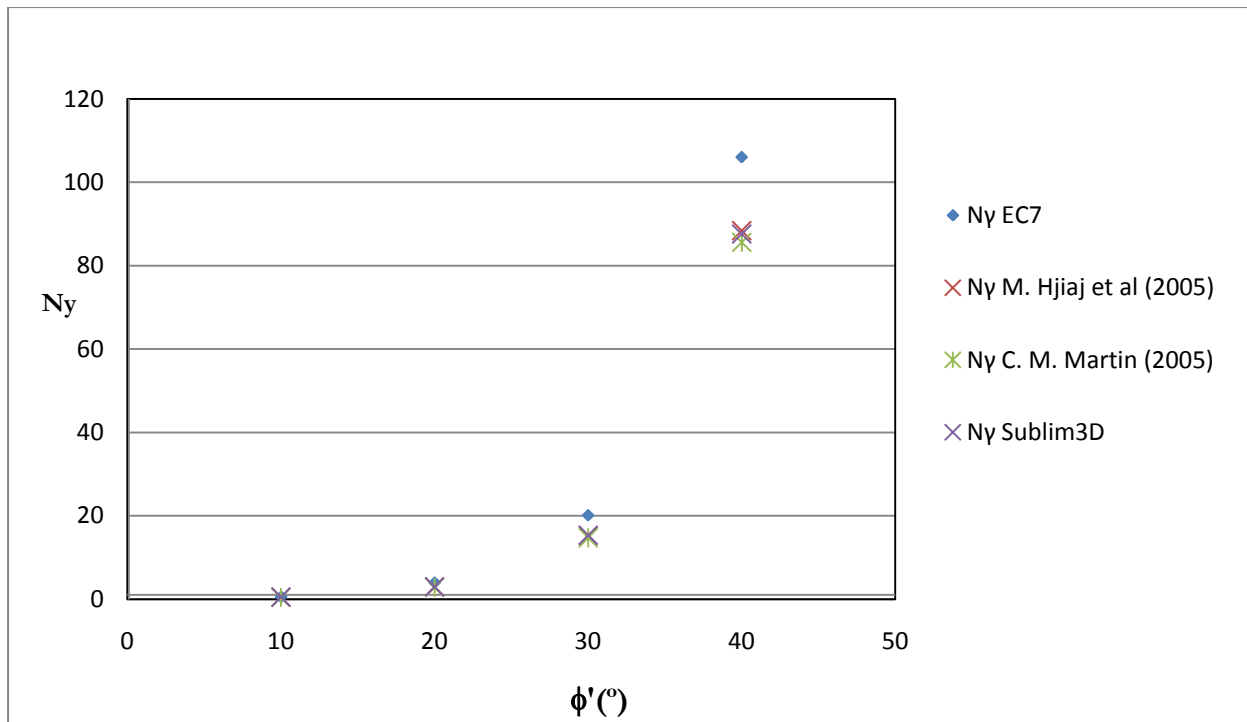
Dados inseridos no conversor do Sublim3D:  $c = 0$  kPa,  $V = 1$  kPa,  $q = 0$  kPa e  $\gamma = 18$  kN/m<sup>3</sup>. Os resultados estão representados na Tabela 3:

**Tabela 3. Resultados do  $N_\gamma$  para os vários ângulos de resistência ao corte e comparação com os do EC7 e com os da literatura existente**

$\phi^\circ$	$N_\gamma$ EC7	$N_\gamma$ Sublim3D	$N_\gamma$ M. Hjiat et al (2005)	$N_\gamma$ C. M. Martin (2005)
10	0,5189	0,4927	0,4552	0,433164
20	3,9304	2,9539	2,9612	2,83894
30	20,0931	15,3095	15,2372	14,7543
40	106,0541	87,5746	88,3901	85,5656

Ao analisar a tabela, nota-se que os valores do EC7, iguais aos propostos por Vesic (1975), são menos conservativos que os restantes o que leva a concluir que os mesmos resultam em valores não seguros. Em relação à comparação dos valores do Sublim3D com os de Hjiat et al (2005) regista-se uma grande proximidade entre ambos. Os valores de Martin podem ser considerados como exactos, atendendo ao facto de se encontrarem num intervalo de região superior e inferior bastante apertados.

A Figura 16 apresenta o gráfico com os valores obtidos.



**Figura 16.** Gráfico com os resultados obtidos do  $N_\gamma$  no Sublim3D, com os do EC7 e com os da literatura mais recente.

A Figura 16 põe em evidência que, no caso da determinação do  $N_\gamma$ , a precisão dos resultados obtidos parece ser muito próxima dos do Martin (2005).

Note-se que os valores de Hjiaj et al. (2005) rodeiam de forma muito próxima os valores de Martin (2005), pondo em evidência a qualidade destes.

Os valores do EC7 são superiores aos calculados, concluindo assim que os valores do Sublim3D são mais conservativos,





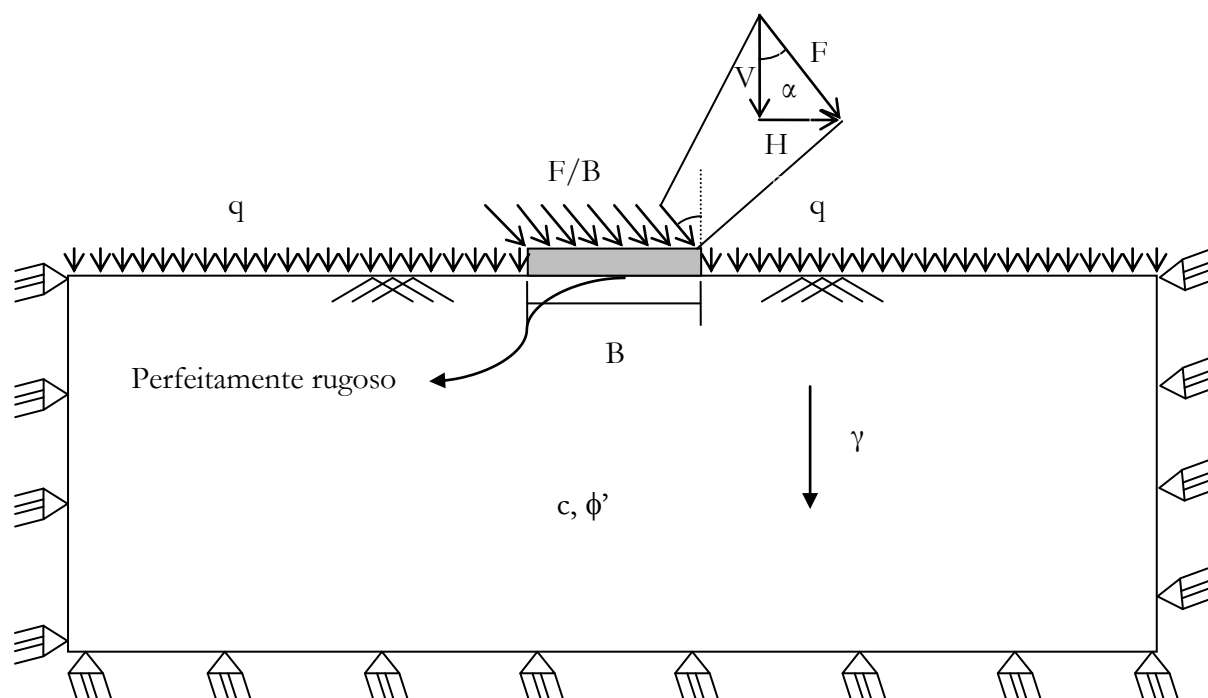
## 4 CÁLCULO DOS FACTORES DE INCLINAÇÃO

### 4.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se os cálculos efectuados para a determinação dos factores de inclinação e comparação dos seus resultados com os fornecidos pelo EC7.

Para isolar cada factor de inclinação foi necessário considerar os outros como nulos. No cálculo dos factores de inclinação  $i_\gamma$  e  $i_q$  considerou-se a coesão ( $c$ ) com valor de 0,0001 kPa permitindo através de refinamentos sucessivos, obter a malha final. No cálculo com a malha final considerou-se a coesão como sendo nula, no caso do cálculo dos  $N_q$  e  $N_\gamma$ . Os ângulos de resistência ao corte considerados foram, 10°, 20°, 30° e 40° e os ângulos de inclinação ( $\alpha$ ) foram 1°, 5°, 10°, 15° e 20°.

Na Figura 17 apresenta-se um esquema do modelo utilizado no cálculo dos factores de inclinação deforma assim como a definição dos carregamentos aplicados.



**Figura 17. Modelo esquemático da geometria, inclinação ( $\alpha$ ) do carregamento ( $F$ ) e sobrecarga ( $q$ )**

## 4.2 Factor de inclinação $i_c$ - Cálculos e discussão

Como referido anteriormente, considerou-se que, no cálculo de  $i_c$ , se tem como nulos os valores de  $\gamma$  e  $q$ . Assim, a capacidade de carga pode ser escrita como  $\mu V = cN_c i_c$  donde:

$$i_c = \frac{\mu V}{N_{c(\text{Sublim3D})}c} \quad (25)$$

No ficheiro conversor do Sublim3D foram introduzidos os dados:  $V = 1$  kPa,  $H = \tan(\alpha)$  kPa,  $c' = 1$  kPa,  $q = 0$  kPa e  $\gamma = 0$  kN/m<sup>3</sup>, para os ângulos de resistência ao corte 10°, 20°, 30° e 40° e os ângulos de inclinação ( $\alpha$ ) 1°, 5°, 10°, 15° e 20°. Nas Tabelas 4 e 5 apresentam-se os valores obtidos através do Sublim3D e os propostos no EC7, respectivamente

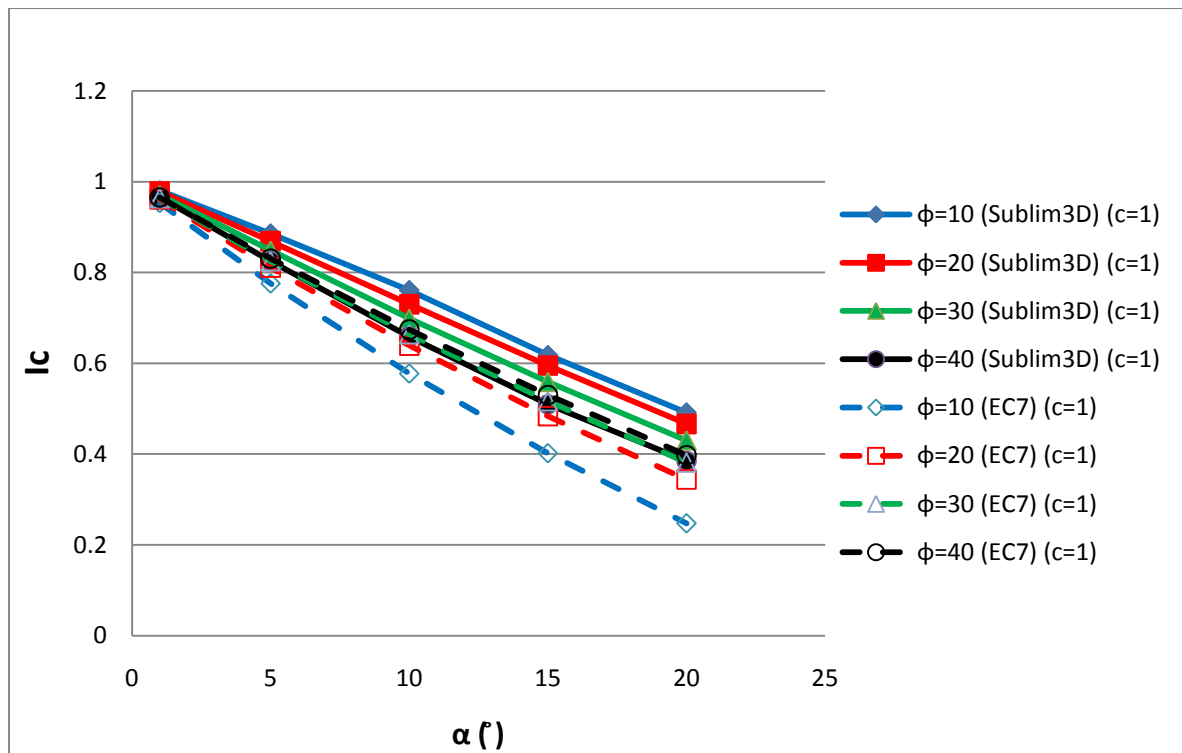
**Tabela 4. Factores de inclinação  $i_c$  do Sublim3D**

$\alpha(^{\circ}) \backslash \phi(^{\circ})$	10	20	30	40
1	0,980	0,978	0,970	0,965
5	0,885	0,868	0,848	0,824
10	0,760	0,730	0,698	0,658
15	0,617	0,594	0,559	0,509
20	0,491	0,466	0,430	0,384

**Tabela 5. Factores de inclinação  $i_c$  do EC7**

$\alpha(^{\circ}) \backslash \phi(^{\circ})$	10	20	30	40
1	0,952	0,960	0,963	0,964
5	0,775	0,810	0,824	0,830
10	0,577	0,639	0,664	0,674
15	0,401	0,483	0,516	0,529
20	0,247	0,343	0,381	0,397

A Figura 18 representa um gráfico com os valores do  $i_c$  em função da inclinação da carga para os vários ângulos de resistência ao corte.

**Figura 18. Gráfico com os dados do factor de inclinação  $i_c$ , do Sublim3D e do EC7**

Ao analisar a Figura 18 verifica-se que os valores do EC7 aumentam enquanto o ângulo de resistência ao corte aumenta. Para o caso dos valores do Sublim3D acontece o contrário, quando aumenta o ângulo de resistência ao corte os valores diminuem.

É de notar também que os valores do Sublim3D são menos conservativos e quando aumenta a inclinação da carga aplicada ( $\alpha$ ) a diferença entre os valores do Sublim3D e os do EC7, é cada vez maior.

Verifica-se também que o comportamento dos valores ao longo do aumento da inclinação da carga ( $\alpha$ ) é quase linear.

O gráfico da Figura 19 representa os valores do  $i_c$  em função do ângulo de resistência ao corte para as várias inclinações.

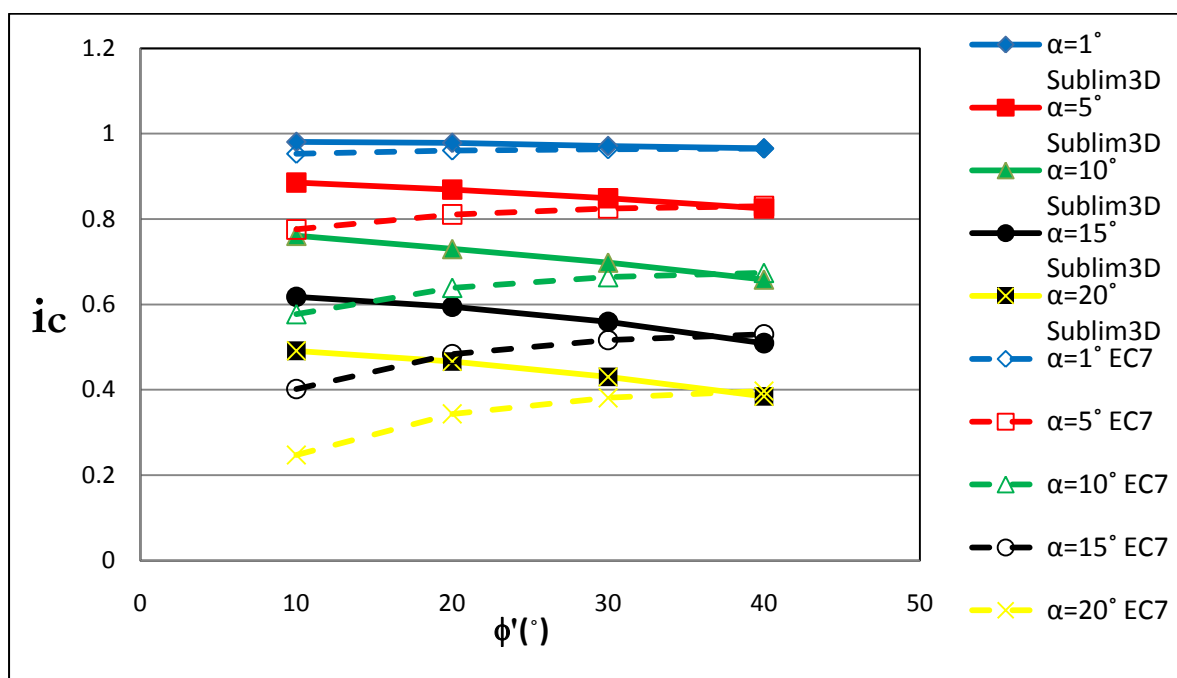


Figura 19. Representação das várias inclinações ( $\alpha$ ) em função do ângulo de atrito ( $\phi$ ) para os valores de  $i_c$ .

### 4.3 Factor de inclinação $i_q$ - Cálculo e discussão

Como referido anteriormente, considerou-se que, no cálculo de  $i_c$ , se tem como nulos os valores de  $\gamma$  e  $c$ . Assim, a capacidade de carga pode ser escrita como  $\mu V = q N_q i_q$  donde:

$$i_q = \frac{\mu V}{N_{q(\text{Sublim3D})} q} \quad (26)$$

Dados introduzidos no ficheiro conversor do Sublim3D:  $V = 1$  kPa,  $H = \tan(\alpha)$  kPa,  $c = 0$  kPa,  $q = 10$  kPa e  $\gamma = 0$  kN/m<sup>3</sup>, para os ângulos de resistência ao corte, 10°, 20°, 30° e 40° e os ângulos de inclinação ( $\alpha$ ) 1°, 5°, 10°, 15° e 20°.

Nas Tabelas 6 e 7 apresentam-se os valores obtidos através do Sublim3D e os propostos no EC7, respectivamente

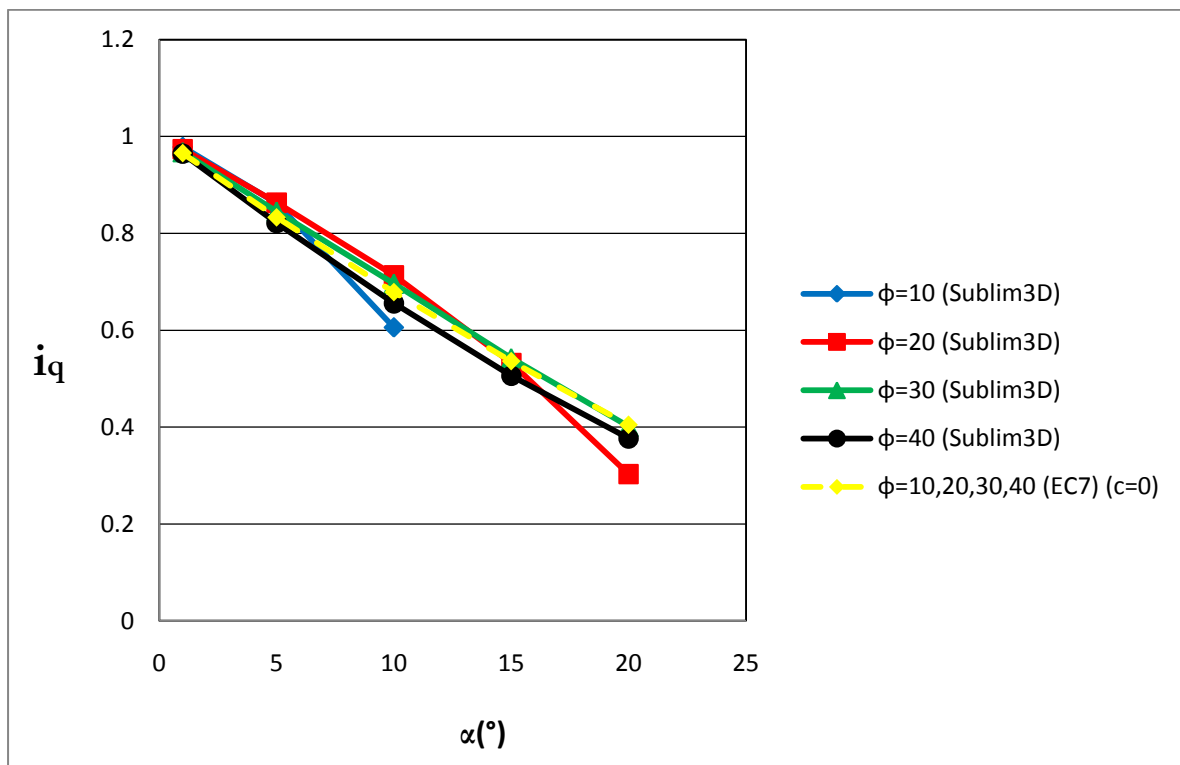
**Tabela 6. Factores de inclinação  $i_q$  do Sublim3D**

$\alpha(^{\circ}) \backslash \phi(^{\circ})$	10	20	30	40
1	0,978	0,973	0,967	0,964
5	0,862	0,863	0,844	0,820
10	0,605	0,713	0,696	0,655
15		0,532	0,542	0,505
20		0,303	0,401	0,376

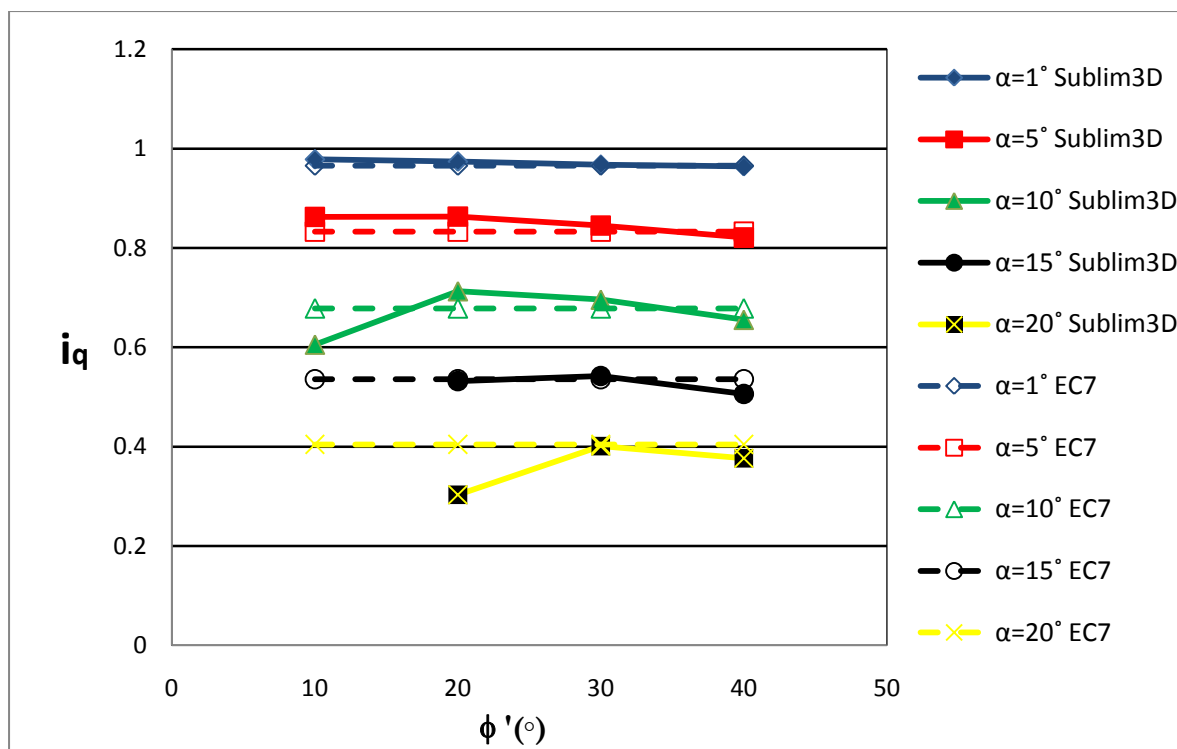
**Tabela 7. Factores de inclinação  $i_q$  do EC7**

$\alpha(^{\circ}) \backslash \phi(^{\circ})$	10	20	30	40
1	0,965	0,965	0,965	0,965
5	0,832	0,832	0,832	0,832
10	0,678	0,678	0,678	0,678
15	0,535	0,535	0,535	0,535
20	0,404	0,404	0,404	0,404

A Figura 20 representa um gráfico com os valores do  $i_q$  em função da inclinação da carga para os vários ângulos de resistência ao corte.

**Figura 20. Gráfico com os dados do factor de inclinação  $i_q$ , do Sublim3D e do EC7**

O gráfico da Figura 21 representa os valores do  $i_q$  em função do ângulo de resistência ao corte para as várias inclinações.



**Figura 21.** Representação das várias inclinações ( $\alpha$ ) em função do ângulo de resistência ao corte ( $\phi$ ) para os valores de  $i_q$ .

Ao analisar a Figura.21 nota-se que, para a inclinação de  $1^{\circ}$ , os valores do EC7 e os valores do Sublim3D são muito parecidos. Verifica-se também que os valores do EC7 para cada inclinação são constantes ao longo do aumento do ângulo de resistência ao corte, o que para os valores do Sublim3D não se verifica.

Para a inclinação de  $5^{\circ}$ , verifica-se que para os ângulos de resistência ao corte de  $10^{\circ}$ ,  $20^{\circ}$  e  $30^{\circ}$  os valores do Sublim3D são menos conservativos, embora a diferença para o ângulo de resistência ao corte de  $20^{\circ}$  seja maior e para o ângulo de resistências ao corte de  $30^{\circ}$  menor. Para o ângulo de resistência ao corte de  $40^{\circ}$  o valor do Sublim3D é menos conservativo.

Para a inclinação de  $10^{\circ}$ , os valores do Sublim3D para os ângulos de resistência ao corte de  $10^{\circ}$  e  $40^{\circ}$  são mais conservativos, sendo o de  $10^{\circ}$  com maior diferença. Os ângulos de resistência ao corte de  $20^{\circ}$  e  $30^{\circ}$  são menos conservativos sendo o de  $20^{\circ}$  com maior diferença.



Para a inclinação de 15° não existe valor do Sublim3D para o ângulo de resistência ao corte de 10° porque a fundação já está em rotura. Para os ângulos de resistência ao corte de 20° e 30° os valores são bem próximos, para o ângulo de resistência ao corte de 40° o valor do Sublim3D é mais conservativo.

Para a inclinação de 20° não existe valor do Sublim3D para o ângulo de resistência ao corte de 10° porque a fundação já está em rotura. Para o ângulo de resistência ao corte de 20° o valor do Sublim3D é muito conservativo, para o de 40° o valor é menos conservativo e para o de 30° são quase idênticos.

A conclusão que se tira dos resultados do Sublim3D para o factor de inclinação  $i_q$ , é que aqueles têm um comportamento não linear parabólico.

#### 4.4 Factor de inclinação $i_\gamma$ - Cálculos e discussão

Como referido anteriormente, considerou-se que, no cálculo de  $i_c$ , se tem como nulos os valores de  $\gamma$  e  $c$  e toma-se  $B = 2$  m. Assim, a capacidade de carga pode ser escrita como  $\mu V = \frac{1}{2} \gamma N_\gamma i_\gamma B$  donde:

$$i_\gamma = \frac{2\mu V}{BN_{\gamma(\text{Sublim3D})}\gamma} \quad (27)$$

Dados introduzidos no conversor do Sublim3D:  $V = 1$  kPa,  $H = \tan(\alpha)$  kPa,  $c = 0$  kPa,  $q = 0$  kPa e  $\gamma = 18$  kN/m<sup>3</sup>, para os ângulos de resistência ao corte 10°, 20°, 30° e 40° e os ângulos de inclinação ( $\alpha$ ) 1°, 5°, 10°, 15° e 20°.

Nas Tabelas 8 e 9 apresentam-se os valores obtidos através do Sublim3D e os propostos no EC7, respectivamente.

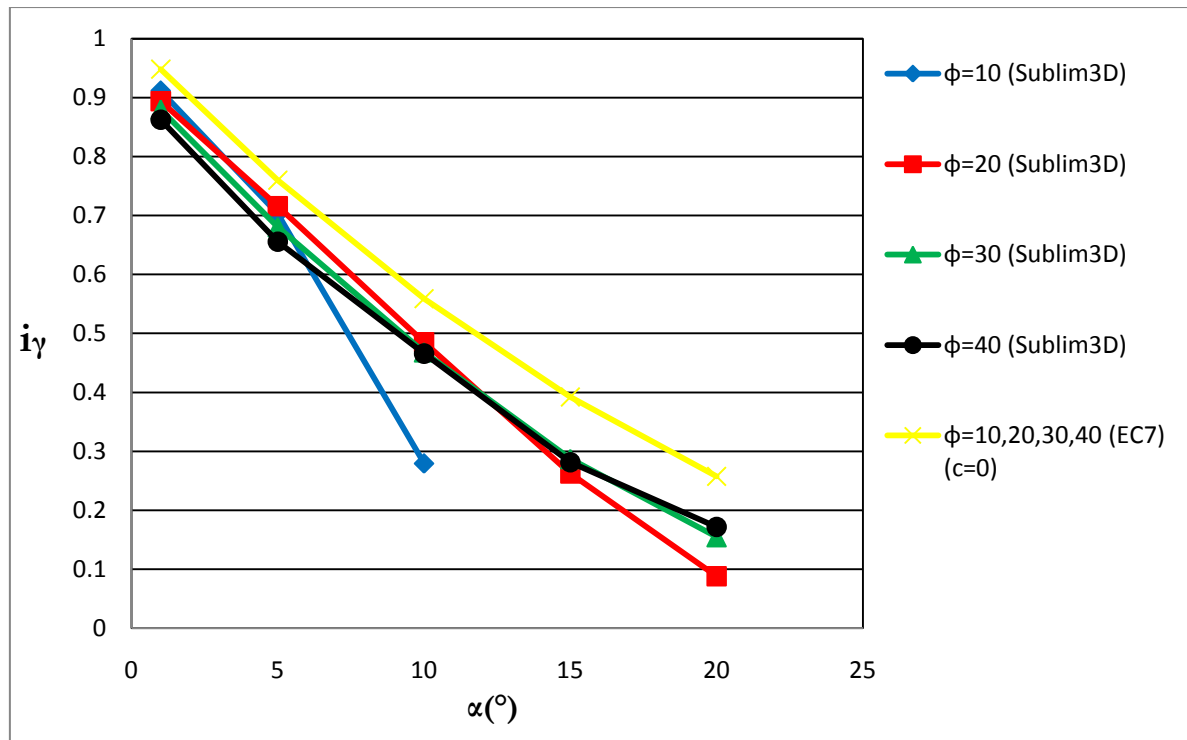
**Tabela 8. Factores de inclinação  $i_\gamma$  do Sublim3D**

$\alpha(^{\circ}) \backslash \phi'(^{\circ})$	10	20	30	40
<b>1</b>	0,911	0,894	0,879	0,862
<b>5</b>	0,702	0,715	0,680	0,655
<b>10</b>	0,279	0,485	0,467	0,465
<b>15</b>		0,262	0,287	0,281
<b>20</b>		0,088	0,154	0,171

**Tabela 9. Factores de inclinação  $i_\gamma$  do EC7**

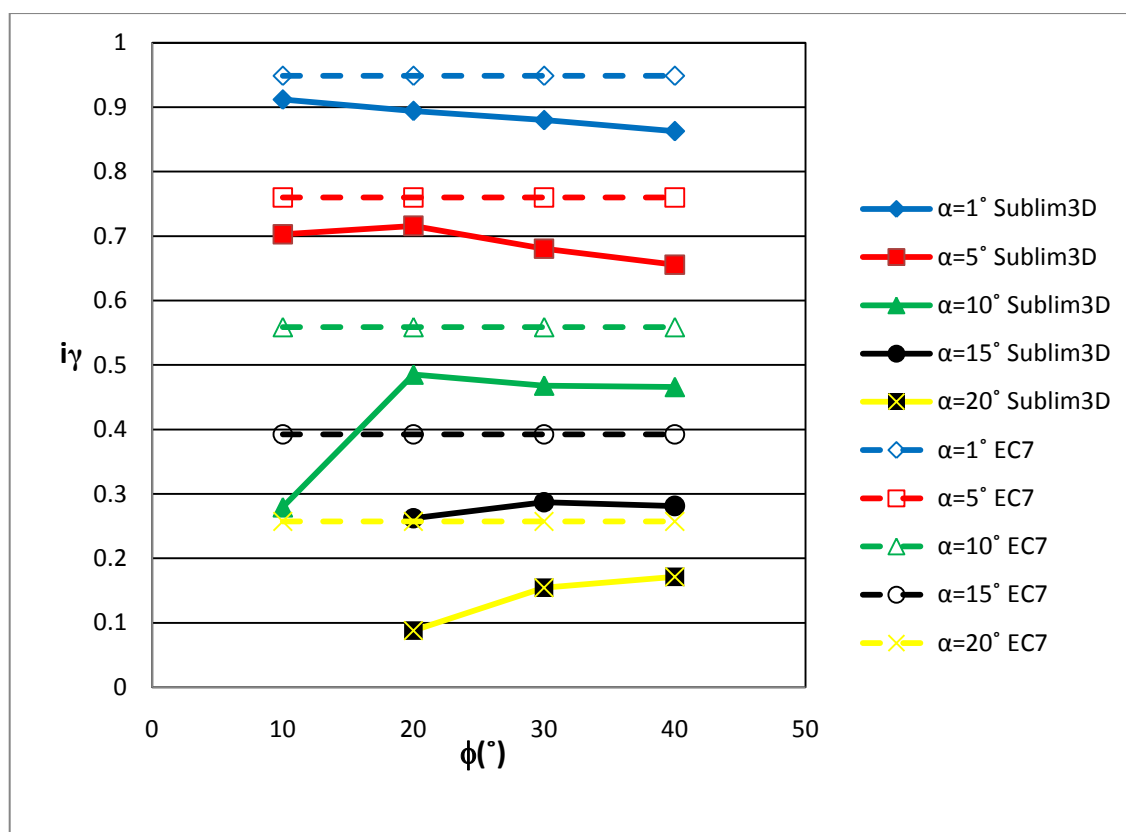
$\alpha(^{\circ}) \backslash \phi'(^{\circ})$	10	20	30	40
<b>1</b>	0,948	0,948	0,948	0,948
<b>5</b>	0,759	0,759	0,759	0,759
<b>10</b>	0,558	0,558	0,558	0,558
<b>15</b>	0,392	0,392	0,392	0,392
<b>20</b>	0,257	0,257	0,257	0,257

A Figura 22 representa um gráfico com os valores do  $i_\gamma$  em função da inclinação da carga para os vários ângulos de resistência ao corte.



**Figura 22.** Gráfico com os dados do factor de inclinação  $i_\gamma$ , do Sublim3D e do EC7

O gráfico da Figura 23 representa os valores do  $i_\gamma$  em função do ângulo de resistência ao corte para as várias inclinações.



**Figura 23.** Representação das várias inclinações ( $\alpha$ ) em função do ângulo de atrito ( $\phi$ ) para os valores de  $i_{\gamma}$ .

Verifica-se que os valores do EC7 para cada inclinação são constantes ao longo do eixo do ângulo de resistência ao corte. Os valores dados pelo Sublim3D são muito mais conservativos. É de notar que, para a inclinação de  $1^{\circ}$ , os valores vão decrescendo ao longo do eixo do ângulo de resistência ao corte, tendo um comportamento cúbico.

Para as inclinações de  $5^{\circ}$  e  $10^{\circ}$  o comportamento ao longo do eixo do ângulo de resistência ao corte tem uma curva de terceira ordem.

As inclinações  $15^{\circ}$  e  $20^{\circ}$  para o ângulo de resistência ao corte  $10^{\circ}$  não são representadas porque a fundação já se encontra num estado de rotura. Para os restantes ângulos de resistência ao corte verifica-se um comportamento parabólico.



## 5 CÁLCULO DOS FACTORES DA EXCENTRICIDADE

### 5.1 Introdução

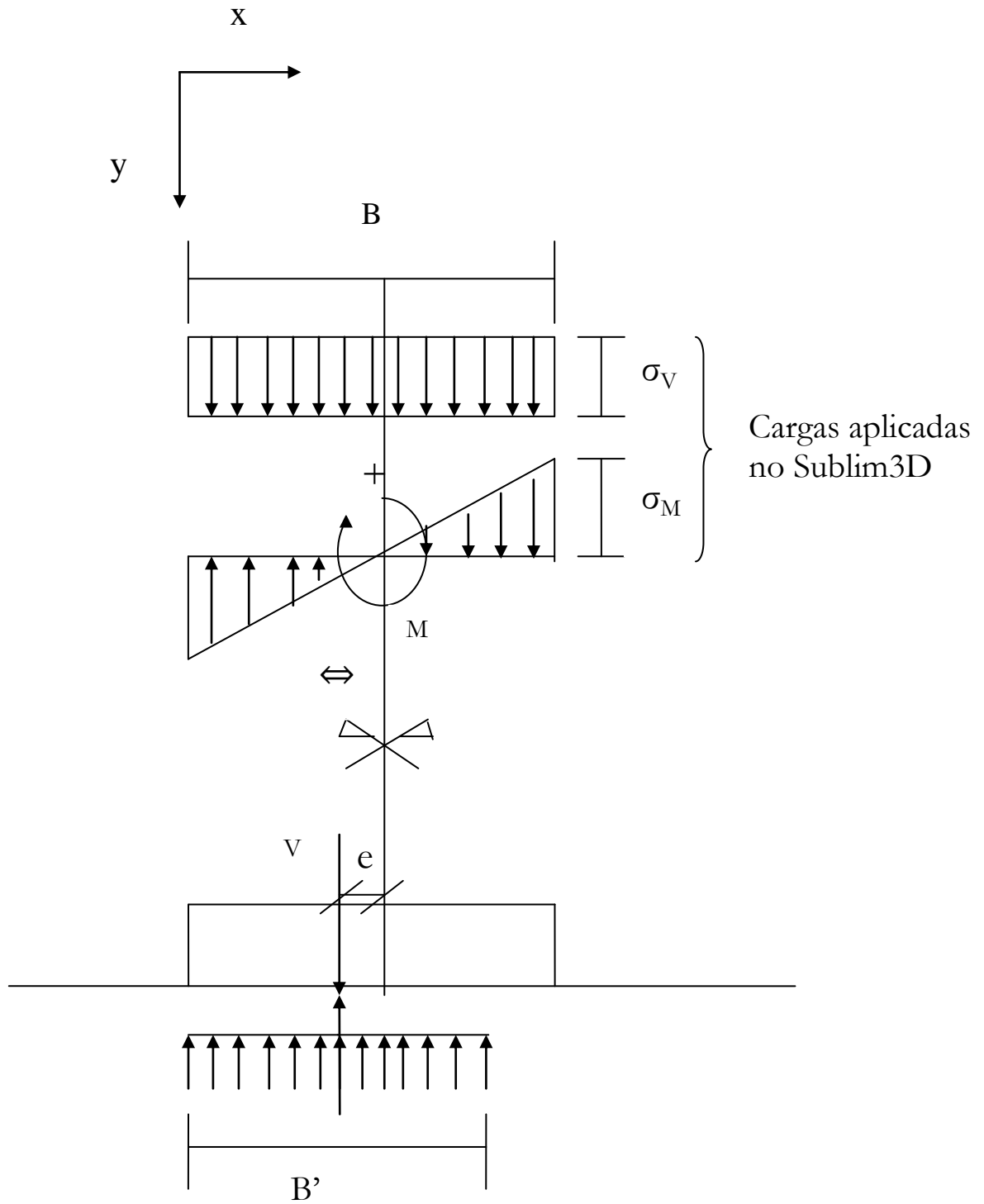
Neste capítulo apresentam-se os cálculos efectuados para a determinação dos factores de excentricidade e comparam-se esses valores com os fornecidos pelo EC7.

Para isolar cada factor de excentricidade foi necessário considerar as parcelas da fórmula da capacidade correspondentes aos outros factores como nulas. No cálculo dos efeitos da excentricidade considerou-se a existência dos factores  $e_c$ ,  $e_q$ , e  $e_\gamma$ .

No cálculo dos factores  $e_q$  e  $e_\gamma$  utilizou-se uma coesão com valor de  $c = 0,0001$  kPa nas malhas que foram utilizadas nos sucessivos passos de refinamento. No cálculo com a malha final considerou-se a coesão como sendo nula. Os ângulos de resistência ao corte considerados foram  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $40^\circ$  e as excentricidades relativas ( $e/B$ ) foram: 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4 e 0,45.

Na Figura 24 apresenta-se um esquema da soma de dois carregamentos, um carregamento é uniforme centrado com a resultante centrada no meio da sapata, o outro é um carregamento tem uma distribuição triangular dupla, em que resulta num momento, a soma dos dois resulta num carregamento com excentricidade.

Na mesma figura é apresentado o esquema de cálculo preconizado no EC7 para ter em conta o efeito da excentricidade o solo exerce sobre a sapata uma carga uniforme, aplicado numa área tal que a sua resultante tem o mesmo ponto de aplicação que a carga resultante.



**Figura 24. Esquema dos carregamentos aplicados a uma sapata com excentricidade**

Assim sendo “ $e$ ” a excentricidade,  $B'$  é a base efectiva de contacto com o solo

$$B' = B - 2e \quad (28)$$

Introduzido tal como proposto no EC7 esta largura efectiva de base expressão de capacidade de carga, vem que  $q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2} \gamma N_\gamma B' = cN_c + qN_q + \frac{1}{2} \gamma (\frac{B-2e}{B}) N_\gamma$ . Esta pode ser introduzida em termos de factores de excentricidade dizendo que o EC7 propõe  $e_\gamma = 1 - \frac{2e}{B}$  e  $e_c = e_q = 1$ .

O EC7 limita o valor da aplicação desta fórmula a casos onde  $e \leq \frac{B}{6}$  atendendo a que, se se admitir uma resposta linear do solo, correspondente à distribuição superior da figura 24, é este o valor que conduz a  $\sigma_V = \sigma_M$  e portanto ao início do aparecimento da tracção sob a sapata. Também sabemos que:

$$e = \frac{M}{V} = \frac{\frac{2}{3} \sigma_M \left(\frac{B}{2}\right)^2}{2 \frac{B}{2} \sigma_V} = \frac{B \sigma_M}{3 \sigma_V} \quad (29)$$

Considerando  $\sigma_V = 1$  kPa apresenta-se na Tabela 10 para as várias excentricidades:



**Tabela 10. Valores de  $\sigma_M$  usados no Sublim3D**

$e/B$	$\sigma_M$
0	0
0,05	0,3
0,1	0,6
0,15	0,9
0,2	1,2
0,25	1,5
0,3	1,8
0,35	2,1
0,4	2,4
0,45	2,7

No cálculo do  $V_{\text{Sublim3D}}$ , considerando  $\sigma_V = 1$  kPa, fica:

$$V_{\text{Sublim3D}} = 2 \frac{B}{2} \sigma_V \mu = B \sigma_V \mu \quad (30)$$

No cálculo do  $M_{\text{Sublim3D}}$ , com  $B = 2$ m, fica:

$$M_{\text{Sublim3D}} = \frac{2}{3} \sigma_M \left( \frac{B}{2} \right)^2 \mu = \frac{2}{3} \sigma_M \mu \quad (31)$$

Segundo Houlsby, (1999) é possível normalizar o M e o V, sendo c a coesão fica:

$$V_{Normalizado} = \frac{V_{Sublim3D}}{cB} \quad (32)$$

$$M_{Normalizado} = \frac{M_{Sublim3D}}{cB^2} \quad (33)$$

## 5.2 Factor de excentricidade $e_c$ - Cálculos e discussão

Como referido anteriormente, considerou-se que, no cálculo de  $e_c$ , tem-se como nulos os valores de  $\gamma$  e  $q$ . Assim, o factor de excentricidade pode ser escrito a partir de  $\mu\sigma_V = cN_c e_c$  donde:

$$e_c = \frac{\mu\sigma_V}{N_{c(Sublim3D,e=0)}c} \quad (34)$$

No ficheiro conversor do Sublim3D foram introduzidos os dados:  $\sigma_V = 1$  kPa,  $c = 1$  kPa,  $q = 0$  kPa e  $\gamma = 0$  kN/m<sup>3</sup>, para os ângulos de resistência ao corte 10°, 20°, 30° e 40° e para cada excentricidade relativa os valores de  $\sigma_M$  que estão representado na Tabela 10.

Nas Tabelas 11 e 12 estão os valores de  $V_{Normalizado}$  e  $M_{Normalizado}$ .

**Tabela 11. Valores de  $V_{\text{Normalizado}}$  para  $e_c$** 

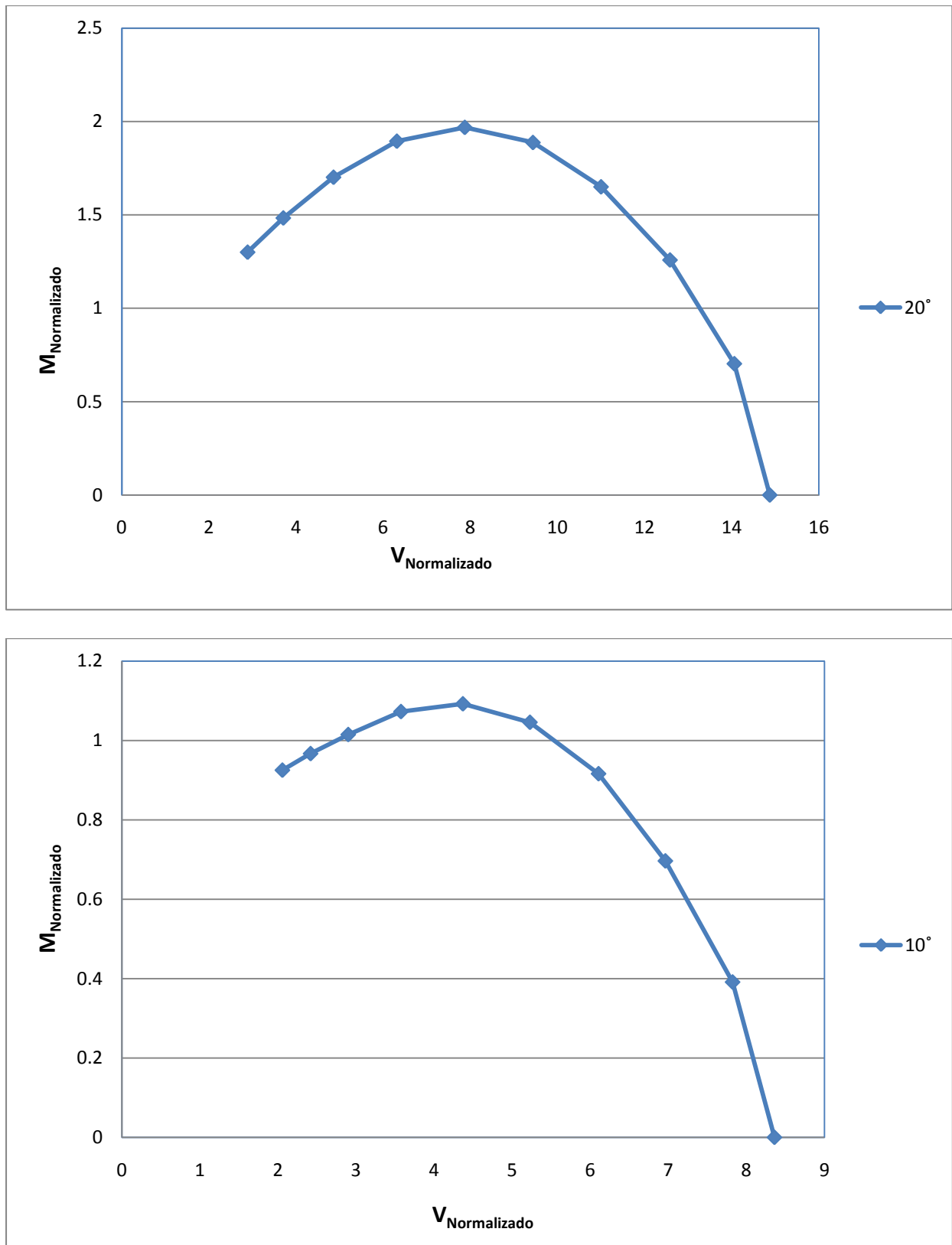
$e/B \backslash \phi'(^{\circ})$	10	20	30	40
<b>0</b>	8,361	14,874	30,271	76,024
<b>0,05</b>	7,825	14,061	28,781	72,363
<b>0,1</b>	6,963	12,584	25,908	65,392
<b>0,15</b>	6,107	11,001	22,659	57,538
<b>0,2</b>	5,228	9,438	19,440	49,381
<b>0,25</b>	4,368	7,874	16,207	41,272
<b>0,3</b>	3,575	6,315	12,985	33,094
<b>0,35</b>	2,899	4,861	9,783	24,698
<b>0,4</b>	2,416	3,708	6,779	16,595
<b>0,45</b>	2,055	2,889	4,576	9,093

**Tabela 12. Valores  $M_{\text{Normalizado}}$  para  $e_c$** 

$e/B \backslash \phi'(^{\circ})$	10	20	30	40
<b>0</b>	0	0	0	0
<b>0,05</b>	0,391	0,703	1,439	3,618
<b>0,1</b>	0,696	1,258	2,590	6,539
<b>0,15</b>	0,916	1,650	3,398	8,630
<b>0,2</b>	1,045	1,887	3,888	9,876
<b>0,25</b>	1,092	1,968	4,051	10,312
<b>0,3</b>	1,072	1,894	3,895	9,928
<b>0,35</b>	1,014	1,701	3,424	8,644
<b>0,4</b>	0,966	1,483	2,711	6,638
<b>0,45</b>	0,925	1,300	2,059	4,092

Como se observa na Tabela 12 o  $M$  é máximo com excentricidade relativa de 0,25.

Nos seguintes gráficos da Figura 21 estão os valores de  $M_{\text{Normalizado}}$  em função de  $V_{\text{Normalizado}}$ .



**Figura 25.** Gráficos com os resultados do Sublim3D dos momentos em função da das forças verticais para  $e_c$ .

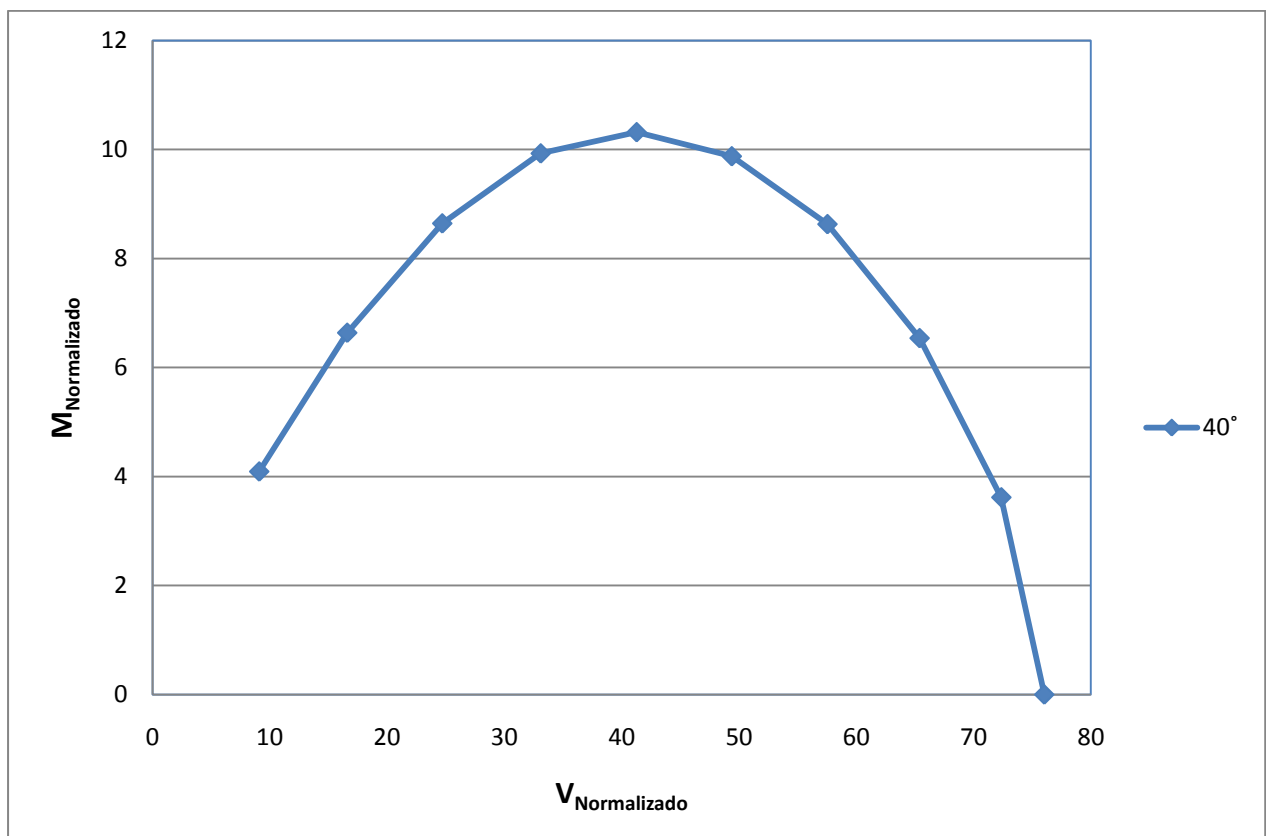
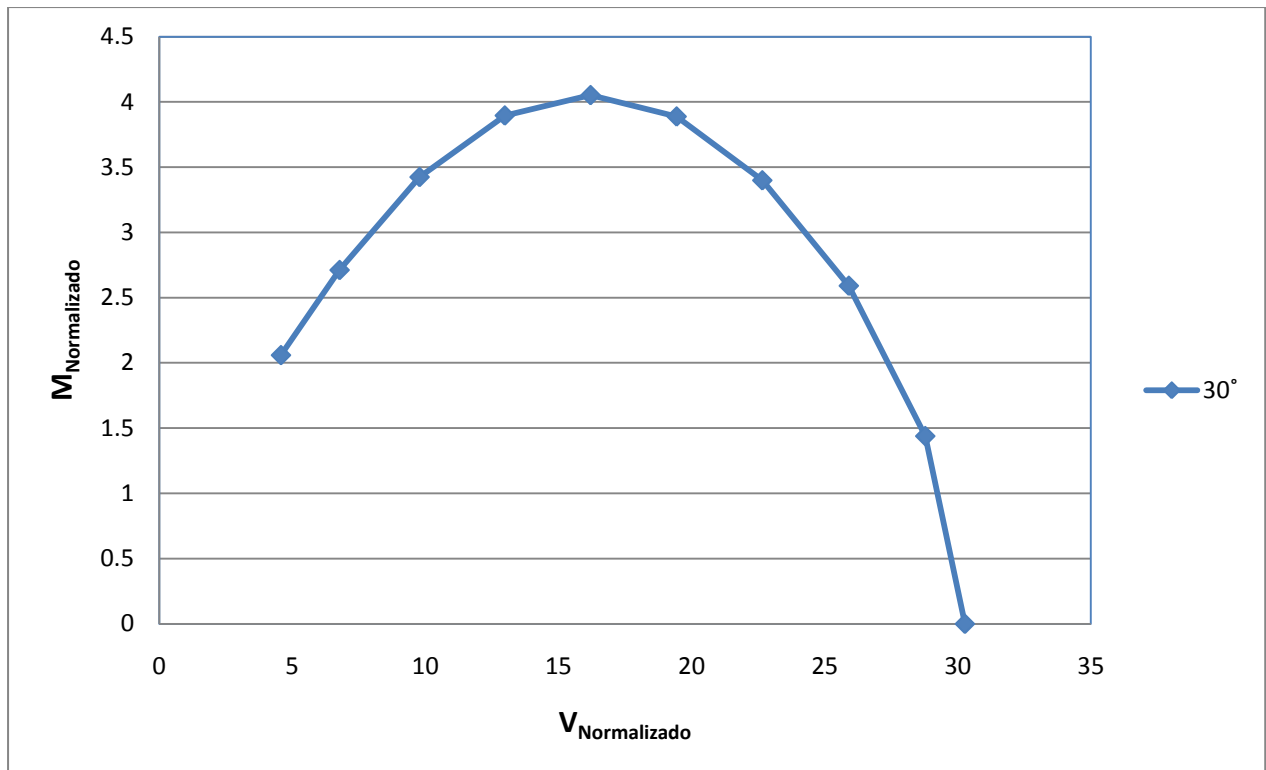
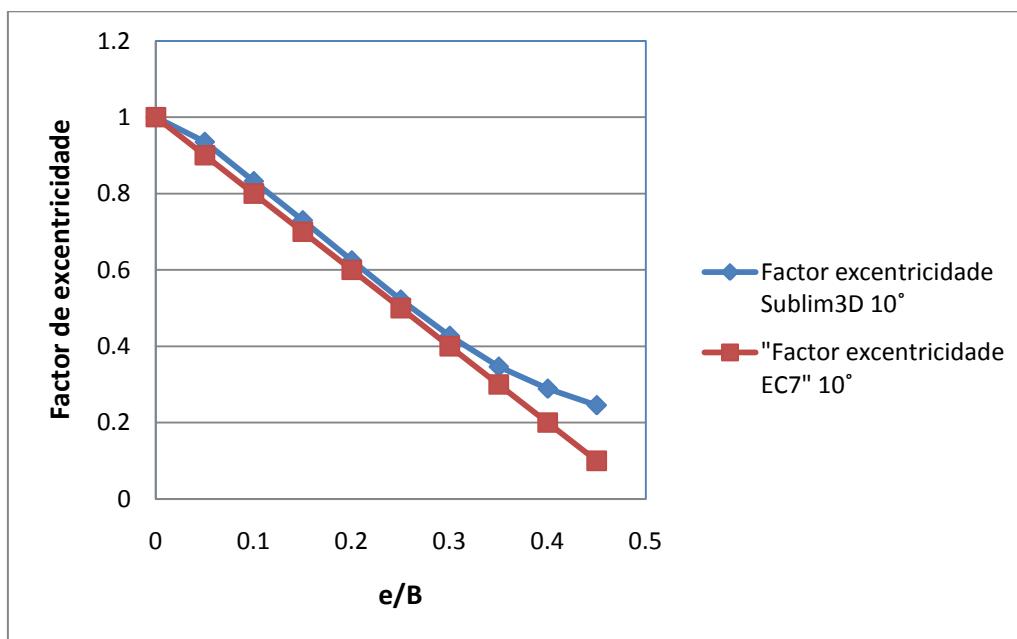


Figura 26. Gráficos com os resultados do Sublim3D dos momentos em função da das forças verticais para  $e_c$ .

Para comparação dos resultados obtidos com os valores preconizados no EC7 decidiu-se fazer o quociente entre a força resistente obtida no caso com excentricidade e a obtida no caso sem excentricidade. A comparação entre forças é justificada pelo facto de a correcção introduzida pelo EC7 nesta parcela apenas incidir sobre essa força.

Nos gráficos seguintes estão representados os quocientes referidos para as forças obtidas no Sublim3D, assim como o quociente para as forças deduzidas da expressão do EC7.



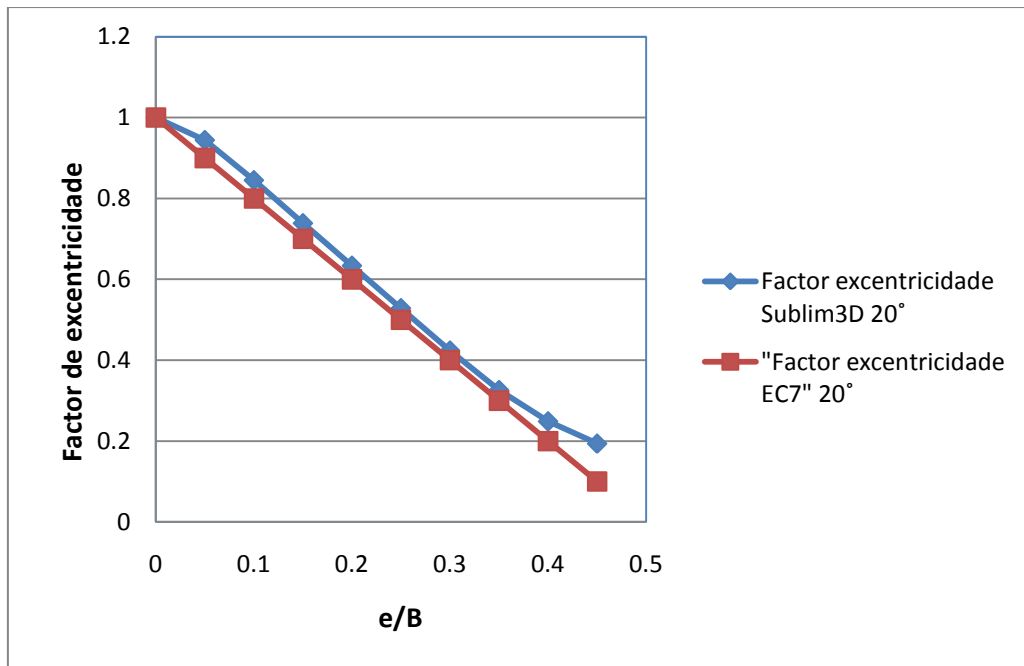
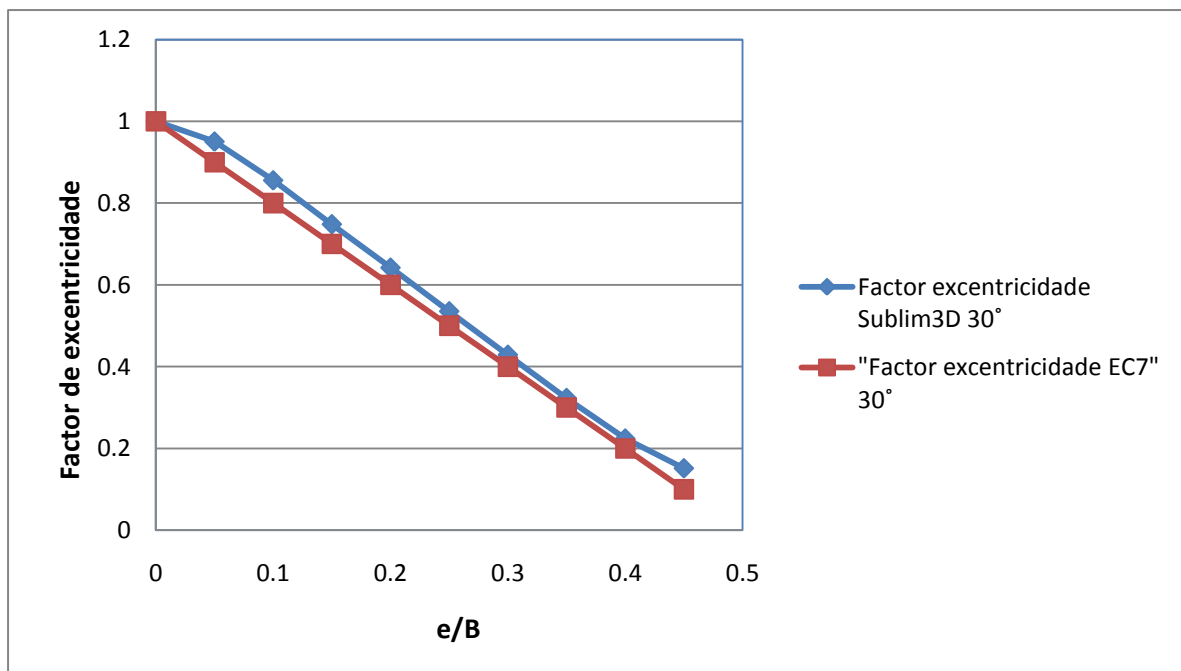
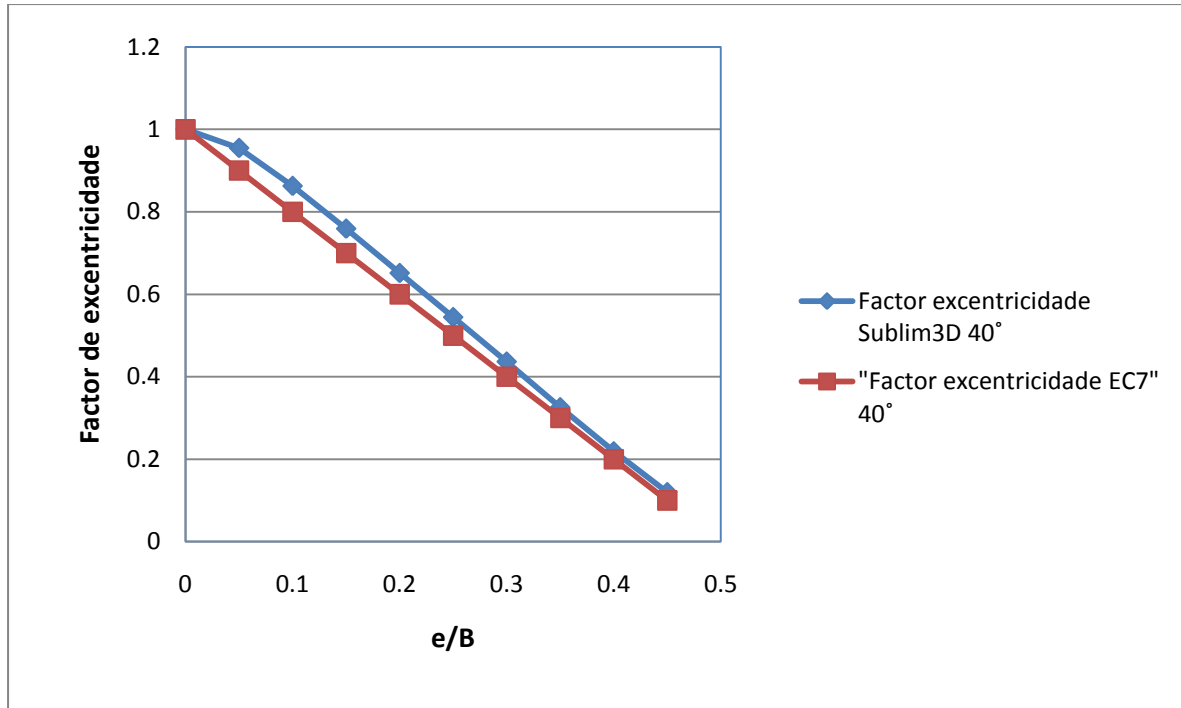


Figura 27. Gráficos com os resultados dos factores de excentricidades para o Sublim3D e para o EC7 o  $e_c$ .







**Figura 28.** Gráficos com os resultados dos factores das excentricidades para o Sublim3D e para o EC7 para o  $e_c$ .

Nos gráficos acima representados, a cor vermelha representa os valores referentes aos cálculos efectuados com a expressão do EC7 e a cor azul está a linha que representa os cálculos realizados pelo Sublim3D.

### 5.3 Factor da excentricidade $e_q$ - Cálculos e discussão.

Como referido anteriormente, considerou-se que, no cálculo de  $e_q$ , se tem como nulos os valores de  $\gamma$  e  $c$ . Assim, o factor de excentricidade pode ser escrito como  $\mu\delta_v = qN_q e_q$  donde:

$$e_q = \frac{\mu\delta_v}{N_{q(\text{Sublim3D}, e=0)} q} \quad (35)$$

No ficheiro conversor do Sublim3D foram introduzidos os dados:  $\delta_v = 1$  kPa,  $c = 0$  kPa,  $q = 10$  kPa e  $\gamma = 0$  kN/m<sup>3</sup>, para os ângulos de resistência ao corte 10°,

20°, 30° e 40° e para cada excentricidade os valores de  $\delta_M$  que está representado na tabela 10.

Nas Tabelas 13 e 14 estão os valores de  $V_{\text{Normalizado}}$  e  $M_{\text{Normalizado}}$ .

**Tabela 13. Valores de  $V_{\text{Normalizado}}$  do Sublim3D para  $e_q$**

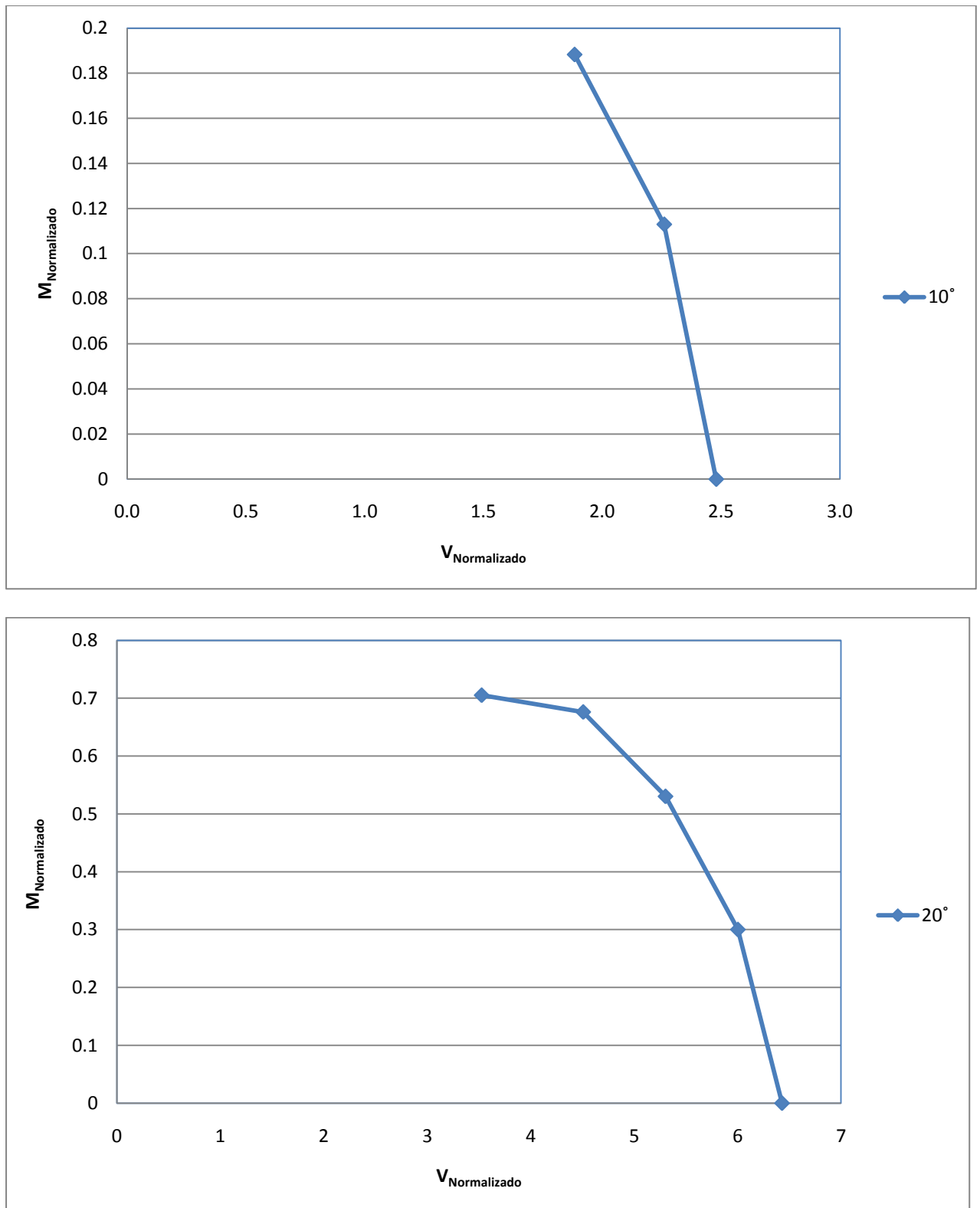
$e/B \backslash \phi'(^{\circ})$	10	20	30	40
<b>0</b>	2,479	6,429	18,512	64,638
<b>0,05</b>	2,261	6,003	17,473	61,527
<b>0,1</b>	1,883	5,303	15,661	55,561
<b>0,15</b>		4,508	13,628	48,785
<b>0,2</b>		3,526	11,501	41,712
<b>0,25</b>			9,219	34,333
<b>0,3</b>			6,469	26,996
<b>0,35</b>				19,040
<b>0,4</b>				7,250
<b>0,45</b>				

Ao analisar a Tabela 14 abaixo verifica-se que, para ângulos de resistência ao corte baixos o solo não tem capacidade resistente a forças excêntricas.

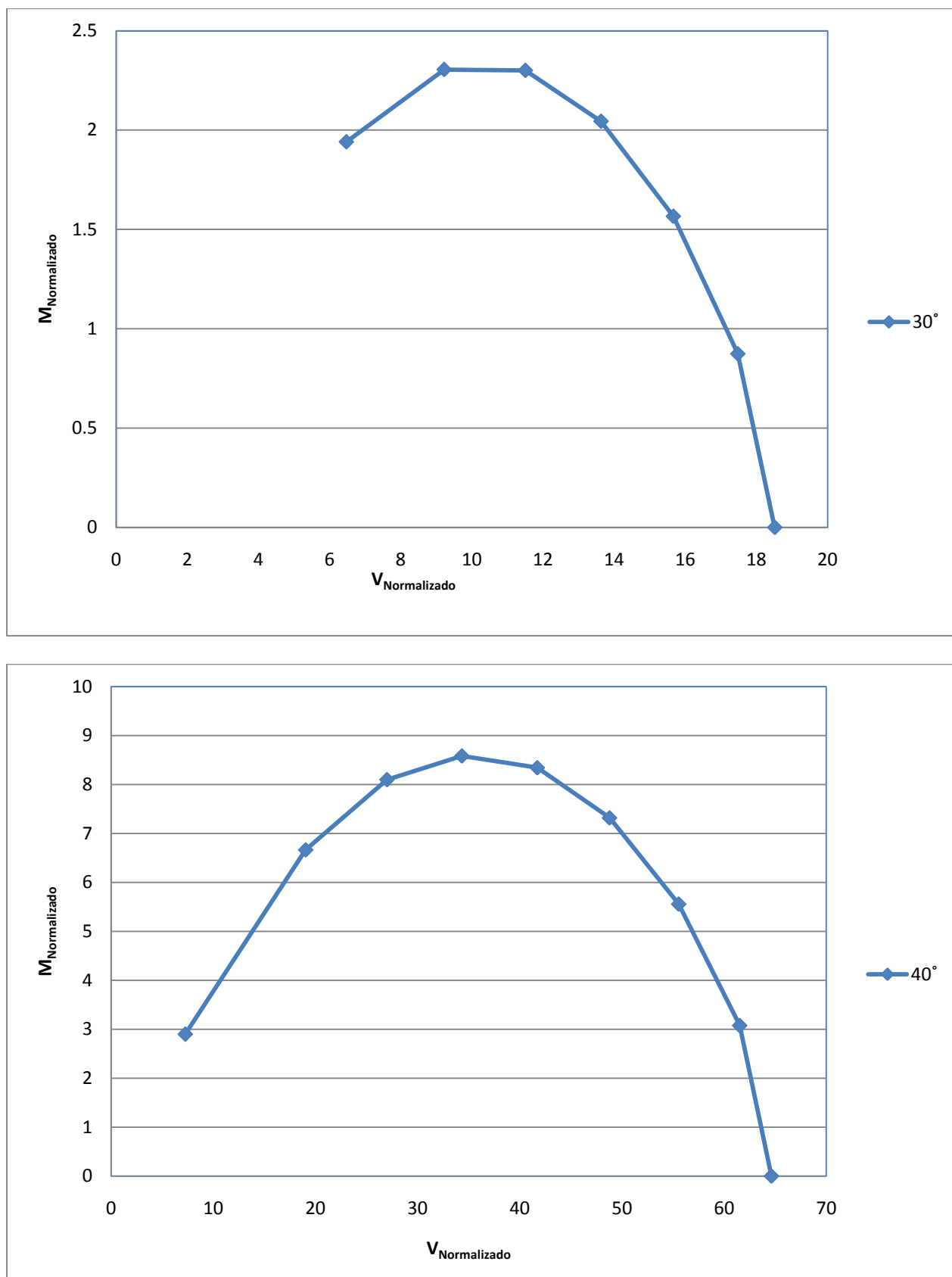
**Tabela 14. Valores de  $M_{\text{Normalizado}}$  do Sublim3D para  $e_q$** 

$e/B \backslash \phi'(^{\circ})$	10	20	30	40
<b>0</b>	0	0	0	0
<b>0,05</b>	0,113	0,300	0,874	3,076
<b>0,1</b>	0,188	0,530	1,566	5,556
<b>0,15</b>		0,676	2,044	7,318
<b>0,2</b>		0,705	2,300	8,342
<b>0,25</b>			2,305	8,583
<b>0,3</b>			1,941	8,099
<b>0,35</b>				6,664
<b>0,4</b>				2,900
<b>0,45</b>				

Nos seguintes gráficos das Figura 29 e 30 estão representados os momentos em função das forças verticais.

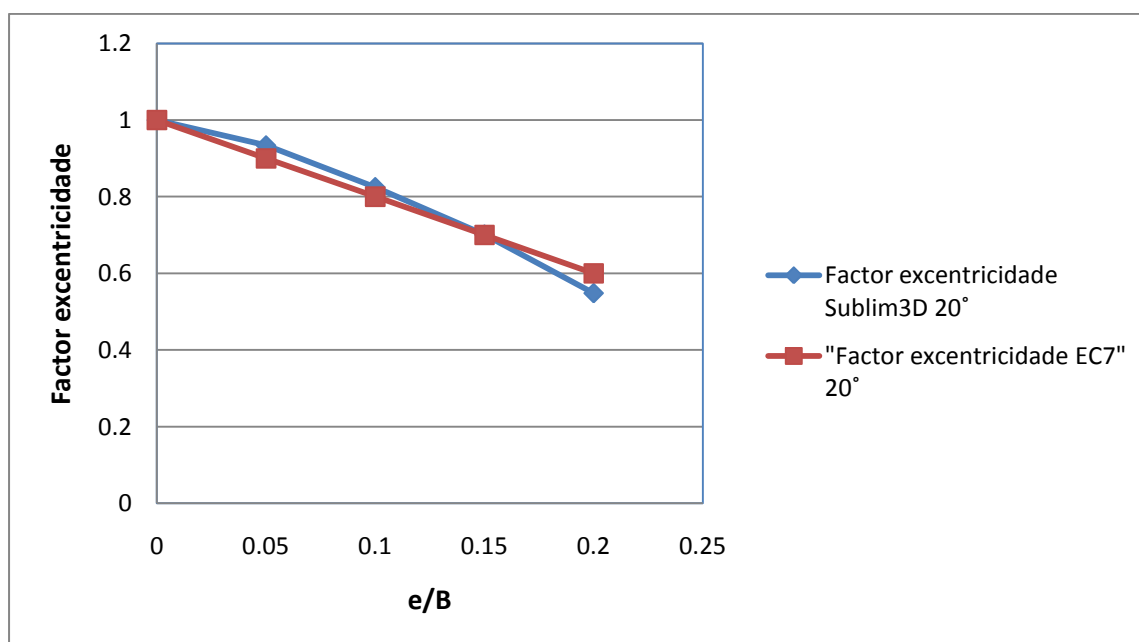
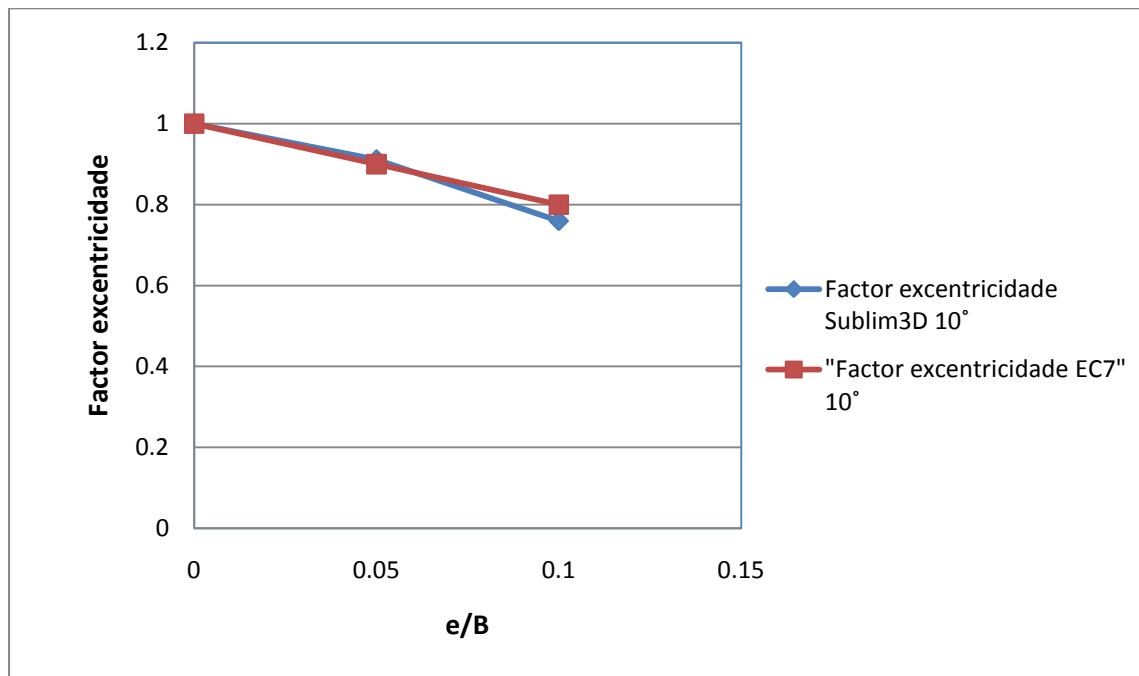


**Figura 29.** Gráficos com os resultados do Sublim3D dos momentos em função das forças verticais para o  $e_q$ .



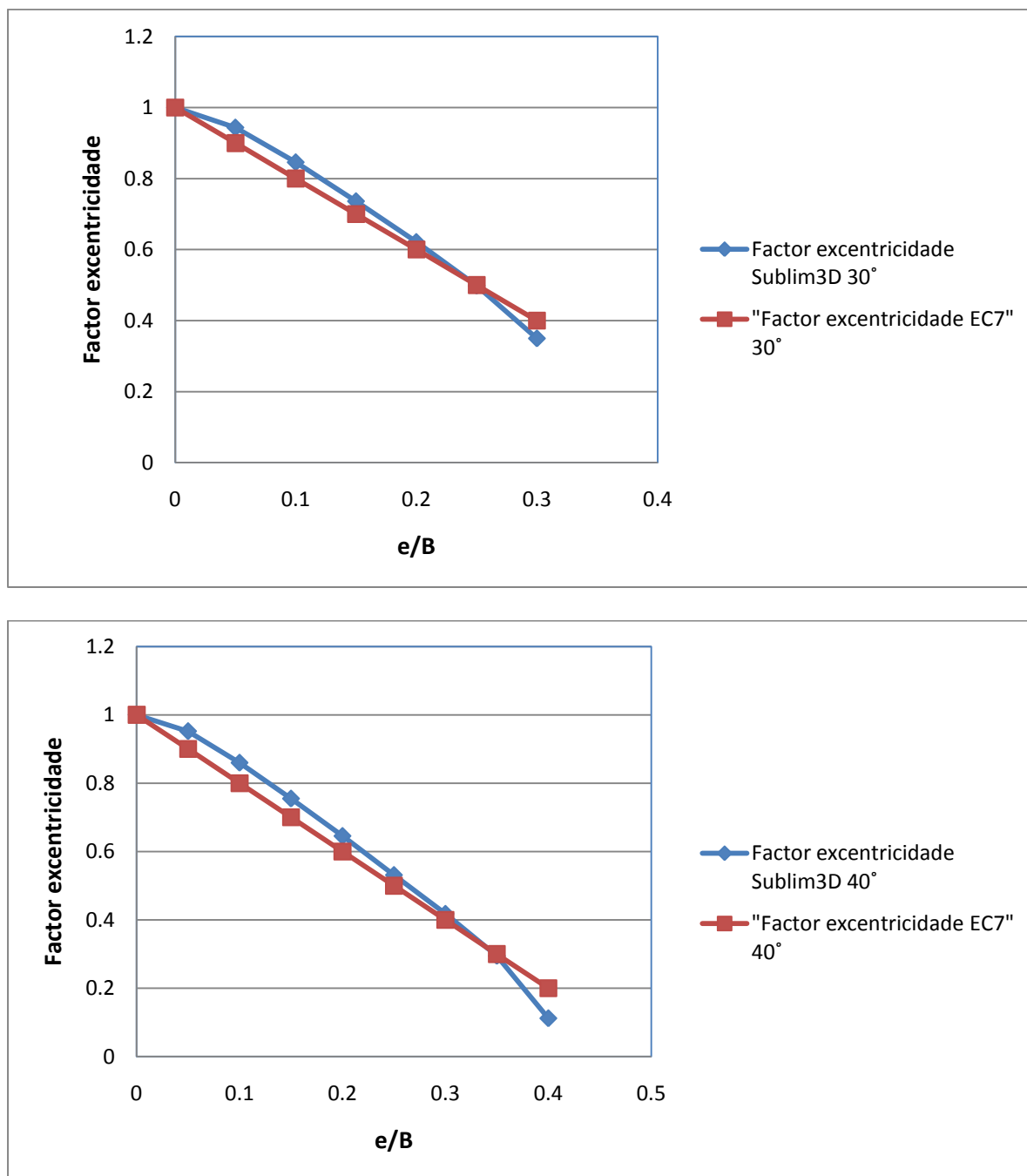
**Figura 30.** Gráficos com os resultados do Sublim3D dos momentos em função das forças verticais para o  $e_q$ .

Tal como efectuado no caso do termo da coesão, apresentam-se de seguida os resultados dos quocientes entre as forças resistentes obtidas nos casos com excentricidade e as forças obtidas no caso sem excentricidade.



**Figura 31.** Gráficos com os resultados dos factores das excentricidades para o Sublim3D e para o EC7 e relação entre eles para o  $e_q$ .

Ao analisar a figura nota-se que para baixo ângulos de resistência ao corte ocorrem ruptura para baixas excentricidades relativas.



**Figura 32.** Gráficos com os resultados dos factores das excentricidades para o Sublim3D e para o EC7 e relação entre eles para o  $e_q$ .

Ao analisar os gráficos da figura 32 verifica-se que um solo “idealizado” sem coesão e sem peso tem pouca capacidade resistente a forças excêntricas mas que o aumento do ângulo de resistência ao corte permite suportar o aumento da excentricidade do carregamento.

#### 5.4 Factor de excentricidade $e_\gamma$ .- Cálculo e discussão.

Como referido anteriormente, considerou-se que, no cálculo de  $e_q$ , se tem como nulos os valores de  $q$  e  $c$ . Assim, o factor de excentricidade pode ser calculado a partir de  $\mu\sigma_v = \frac{1}{2}\gamma N_\gamma B e_\gamma$ , donde:

$$e_\gamma = \frac{2\mu\sigma_v}{N_{\gamma(\text{Sublim3D}, e=0)} B \gamma} \quad (36)$$

No ficheiro conversor do Sublim3D foram introduzidos os dados:  $\sigma_v = 1$  kPa,  $c = 0$  kPa,  $q = 0$  kPa e  $\gamma = 18$  kN/m<sup>3</sup>, para os ângulos de resistência ao corte 10°, 20°, 30° e 40° e para cada excentricidade os valores de  $\sigma_M$  que estão representados na Tabela 10.

Nas Tabelas 15 e 16 estão os valores de  $V_{\text{Normalizado}}$  e  $M_{\text{Norlalizado}}$



**Tabela 15. Valores de  $V_{\text{Normalizado}}$  do Sublim3D para  $e_\gamma$** 

$e/B \backslash \phi'(^{\circ})$	10	20	30	40
<b>0</b>	0,464	3,169	15,310	95,587
<b>0,05</b>	0,386	2,428	12,781	73,473
<b>0,1</b>	0,305	1,924	10,194	58,513
<b>0,15</b>	0,236	1,481	7,713	45,053
<b>0,2</b>	0,176	1,097	5,687	33,318
<b>0,25</b>	0,126	0,772	3,976	23,282
<b>0,3</b>	0,085	0,505	2,553	15,074
<b>0,35</b>	0,054	0,297	1,465	8,519
<b>0,4</b>	0,032	0,153	0,683	3,840
<b>0,45</b>	0,019	0,068	0,223	1,062

**Tabela 16. Valores de  $M_{\text{Normalizado}}$  do Sublim3D para  $e_\gamma$** 

$e/B \backslash \phi'(^{\circ})$	10	20	30	40
<b>0</b>	0	0	0	0
<b>0.05</b>	0,019	0,121	0,639	3,674
<b>0.1</b>	0,030	0,192	1,019	5,851
<b>0.15</b>	0,035	0,222	1,157	6,758
<b>0.2</b>	0,035	0,219	1,137	6,664
<b>0.25</b>	0,031	0,193	0,994	5,820
<b>0.3</b>	0,025	0,152	0,766	4,522
<b>0.35</b>	0,019	0,104	0,513	2,982
<b>0.4</b>	0,013	0,061	0,273	1,536
<b>0.45</b>	0,009	0,031	0,101	0,478

Observando a Tabela 16 verifica-se que na excentricidade de 0,15 o momento tem um valor mais alto.

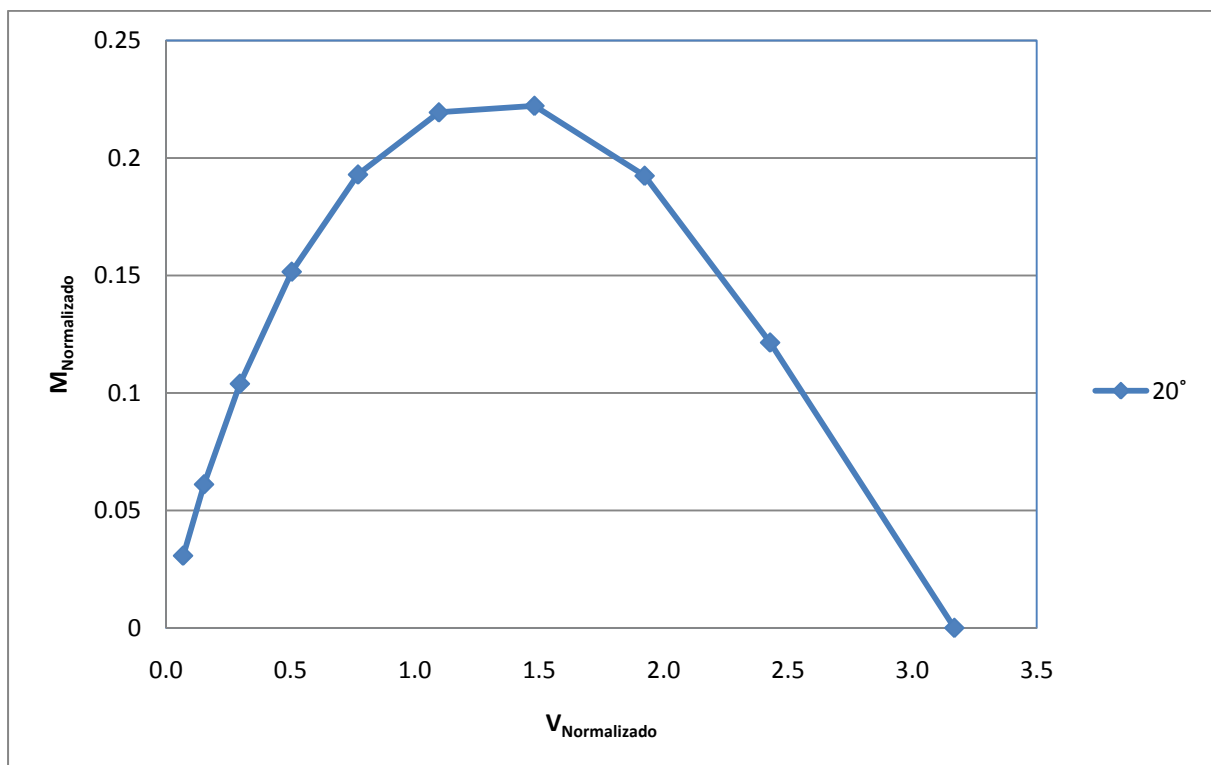
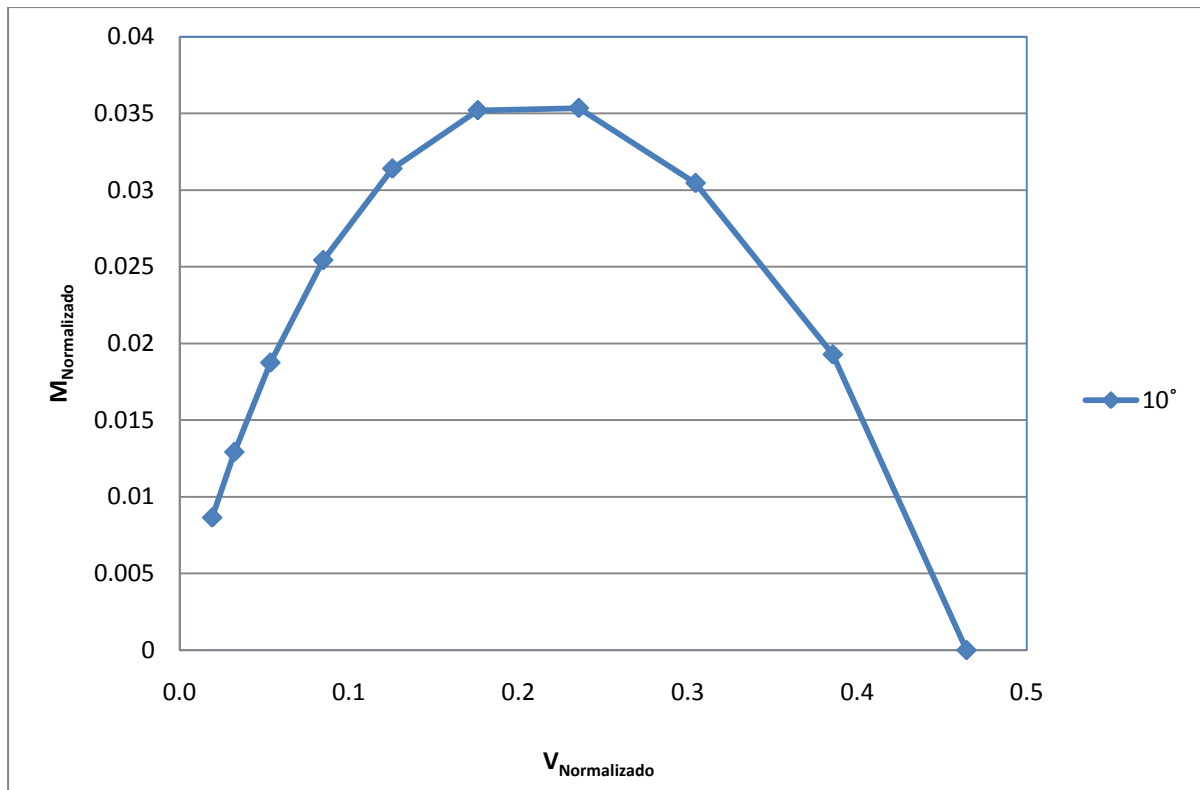


Figura 33. Gráficos com os resultados do Sublim3D dos momentos em função das forças verticais para  $e_\gamma$ .

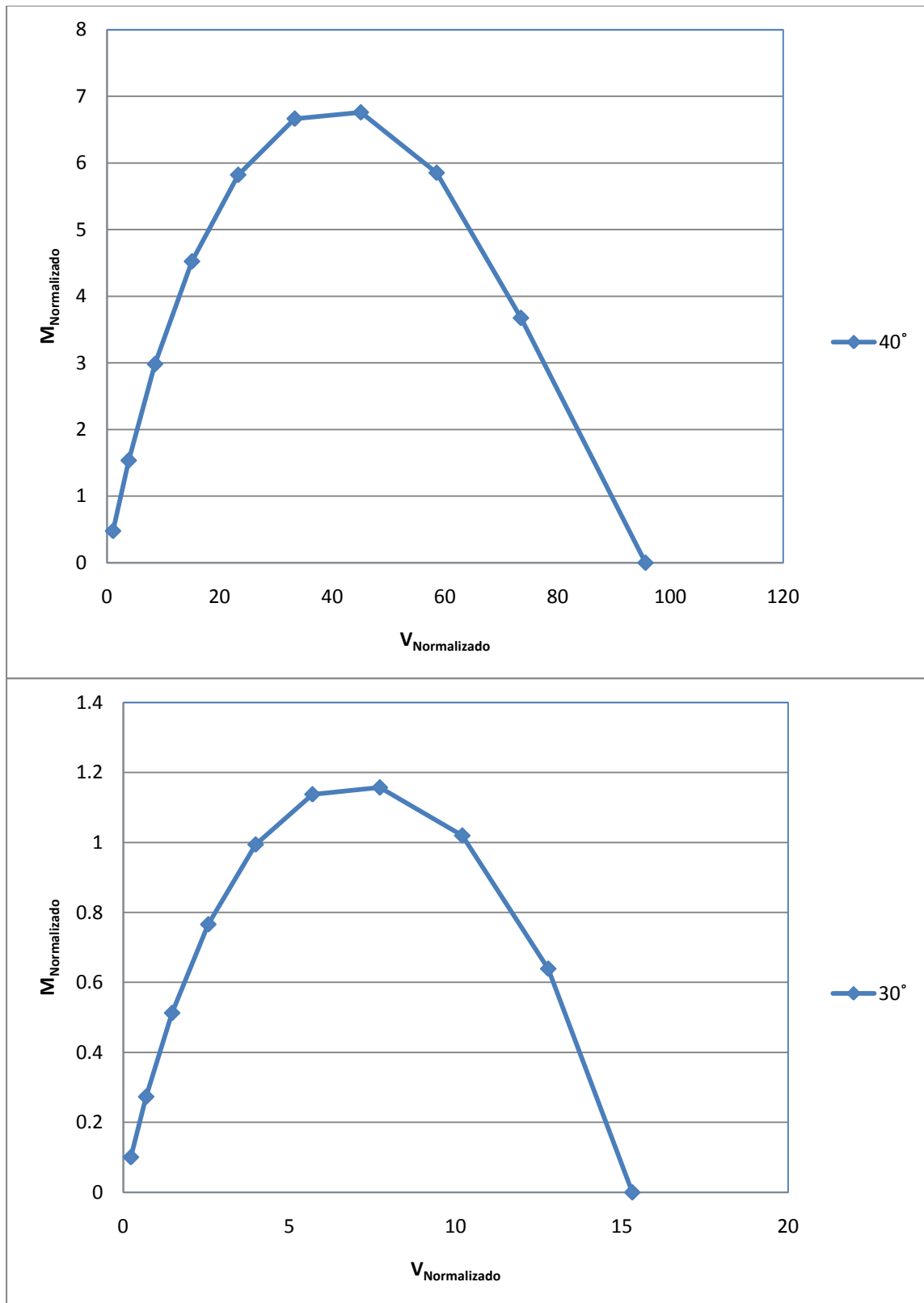
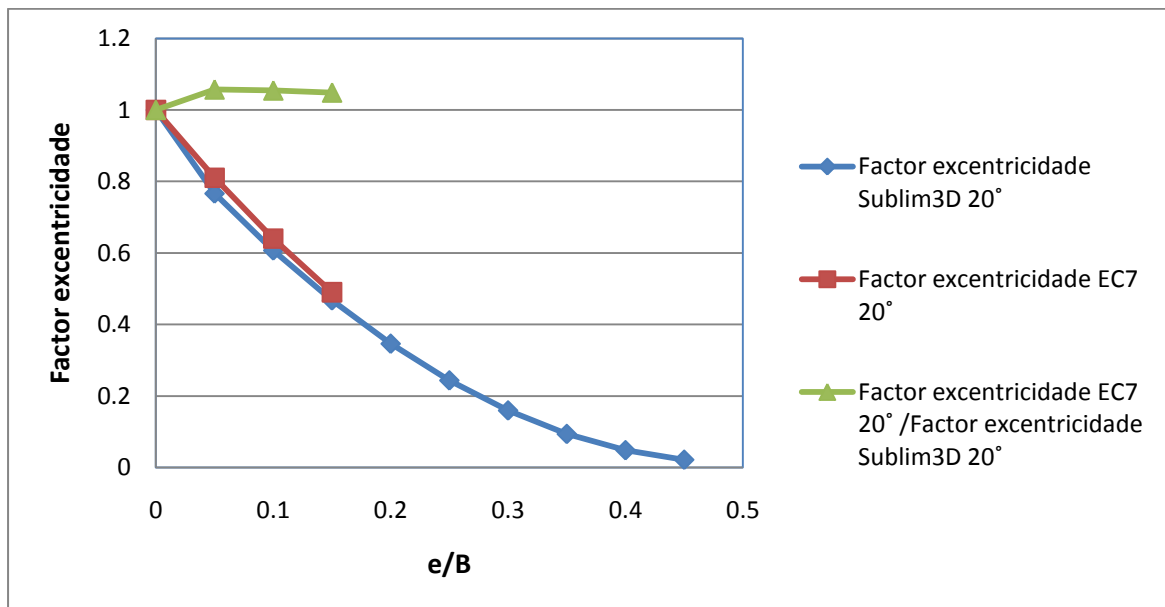
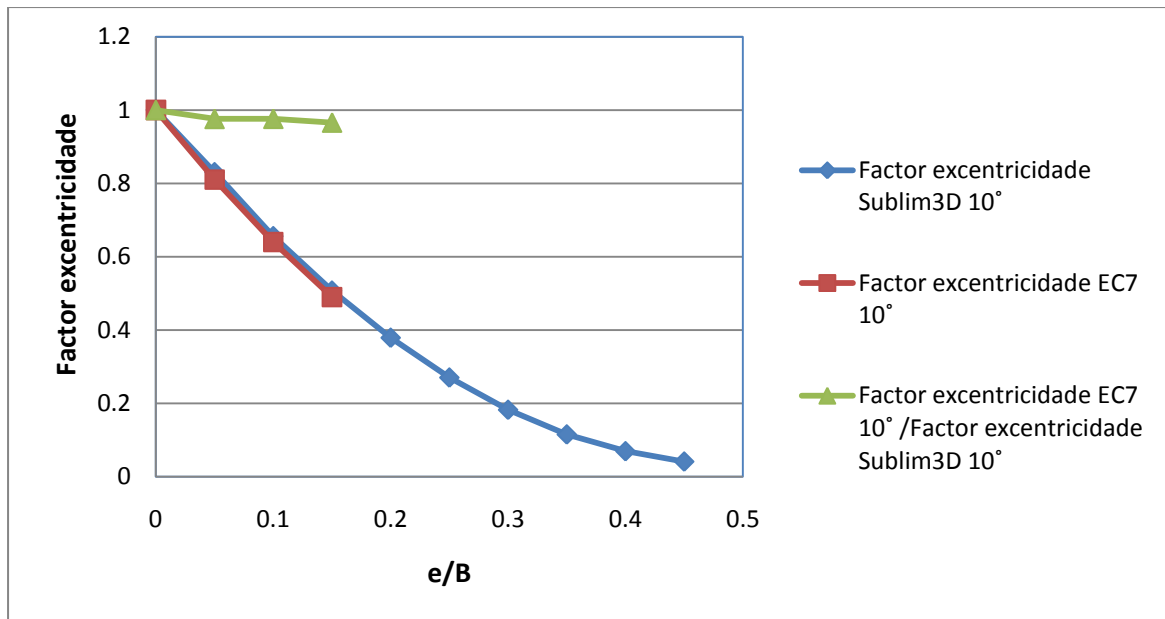
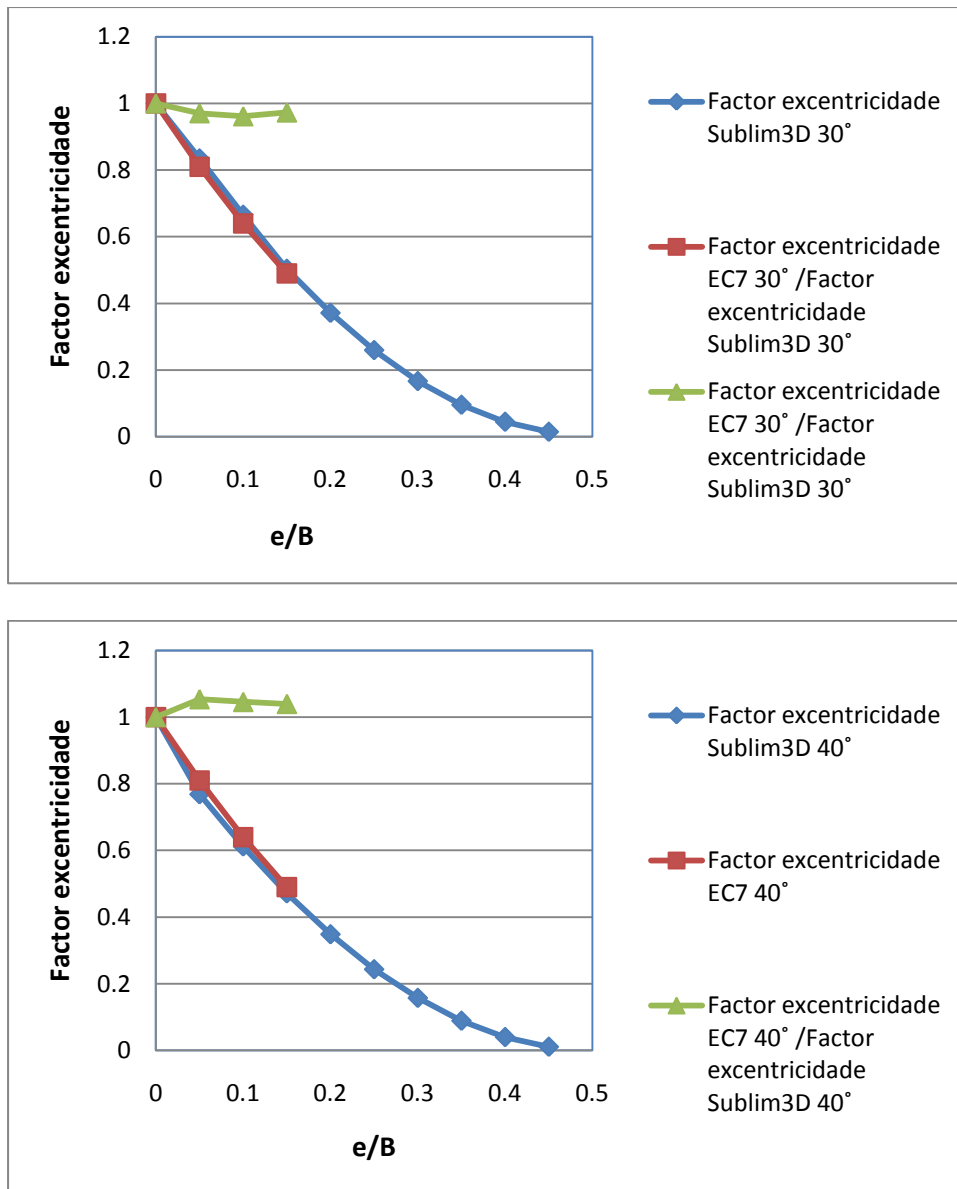


Figura 34. Gráficos com os resultados do Sublim3D dos momentos em função das forças verticais para  $e_v$ .



**Figura 35.** Gráficos com os resultados dos factores das excentricidades para o Sublim3D e para o EC7 e relação entre eles para  $e_\gamma$ .



**Figura 36. Gráficos com os resultados dos factores das excentricidades para o Sublim3D e para o EC7 e relação entre eles para  $e_y$ .**

Ao analisar os gráficos referentes aos três termos da fórmula da capacidade de carga, conclui-se que a capacidade resistente de fundações sujeitas a carregamentos com excentricidade prevista pelo sublim3D é praticamente igual à prevista pelo EC7 para a mesma influência.



## 6 CONCLUSÕES

### 6.1 Conclusões aos resultados

No cálculo dos factores de carga  $N_c$  e  $N_q$  obtiveram-se valores com grande precisão com erro relativo inferior a 1%. No cálculo do  $N_\gamma$ , por seu lado, obtiveram-se resultados muito próximos dos de Martin (2005), que podem ser considerados como praticamente exactos, o que indica que a ferramenta utilizada (Sublim3D) permite obter resultados de grande qualidade, com auxílio do processo de refinamento sucessiva de malhas.

Em relação ao cálculo dos factores de inclinação, verificou-se que o factor  $i_c$  tem um comportamento quase linear e mostrou-se que os cálculos no presente trabalho são mais conservativos que os obtidos com base no EC7. No cálculo do  $i_\gamma$  notou-se uma grande diferença nos resultados sendo os do Sublim3D muito mais conservativos. Também se verificou que o andamento dos resultados ao longo do eixo do ângulo de resistência ao corte é aproximadamente parabólico bem como no que se refere ao andamento dos resultados do  $i_q$ .

No cálculo dos factores de excentricidade, conclui-se que a correcção introduzida pelo EC7 no cálculo da capacidade resistente é muito próxima daquela que foi encontrada recorrendo ao Sublim3D.

### 6.2 Trabalho futuro

O desenvolvimento da interface entre ferramenta numérica utilizada (Sublim3D) e o utilizador encontra-se ainda num estado inicial. Assim para proceder aos cálculos foi preciso seguir muitos passos e repetir muitas acções. O objectivo futuro será o de automatizar os ciclos efectuados no cálculo da carga limite e na remalhação, reduzindo assim, o tempo de utilização da ferramenta e o número de acções efectuado





**BIBLIOGRAFIA**

**Bolton M. D., Lau, C. K.** Vertical bearing capacity factors for circular and strip footing on Mohr-Coulomb Soil [Journal] // Canadian Geotechnical Journal 30 (6). - 1993. - pp. 1024-1033.

**Booker J. R.** Applications of Theories of Plasticity to Cohesive Frictional Soil - Tese de Doutoramento [Book]. - Universidade Sydney : [s.n.], 1969.

**Chen W. F.** Analysis and Soil Plasticity [Book]. - Amsterdam : Elsevier, 1975.

**Davis R. O., Selvadurai A. P. S** Plasticity and Geomechanics [Book]. - Cambridge, Nova York : universidade de Cambridge , 2002. - Vol. 1.

**Hansen J. B** A revised and extended formula for bearing capacity [Journal] // Bulletin of the Danish Geotechnical Institute 28. - 1970. - pp. 5-11.

**Hansen J. B.** A revised and extended formula for bearing capacity [Journal] // Bulletin nº 28 of the Danish Geotechnical Institute. - Dinamarca : [s.n.], 1970. - pp. 5-11.

**Hjiaj M., Lyamin, A. V., Sloan, S. W.** Numerical limit analysis solutions for bearing capacity factor Ny [Journal] // International Journal of Solid Structures. - Callaghan, Australia : Elsevier Ltd., 2005.

**Houlsby G. T. and Puzrim, A. M.** The bearing capacity of strip footing on clay under combined loads [Book Section]. - University of Oxford : The Royal society, 1999. - Vol. 455.

**J. Hansen** A revised and extended formula for bearing capacity [Journal] // Bulletin of the Danish Geotechnical Institute 28. - 1970. - pp. 5-11.

**Kumar J.** Ny for rough strip footing using the method of characteristics [Journal] // Canadian Geotechnical Journal 40 (3). - 2003. - pp. 669-674.

**Lundgren H., Mortensen, K.** Determination by the theory of plasticity of the bearing capacity of continuous footings on sand [Journal]. - Zurique, Suíça : [s.n.], 1953. - pp. 409-412.

**Martin C.M.** Exact bearing capacity calculations using the methods of characteristics [Article]. - Universidade de Oxford : [s.n.], 2005.

**Meyerhof G. G.** Some recent recent research on the bearing capacity of foundations [Journal] // Canadian Geotechnical journal 1 (1). - 1963. - pp. 16-26.

**Meyerhof G. G.** The bearing capacity of foundations under eccentric and inclined loads [Journal] // Proceedings of the third conference of soil mechanics. - 1953. - pp. 440-450.

**Meyerhof G. G.** The ultimate bearing capacity of foundations [Journal] // Géotechnique 2 (4). - 1951. - pp. 301-332.

**Silva M. J. V.** Elementos Finitos Híbridos-Mistos - Aplicação à Análise de Barragens Abóboda [Report]. - Lisboa : Universidade Técnica de Lisboa - Instituto Superior Técnico, 2002.

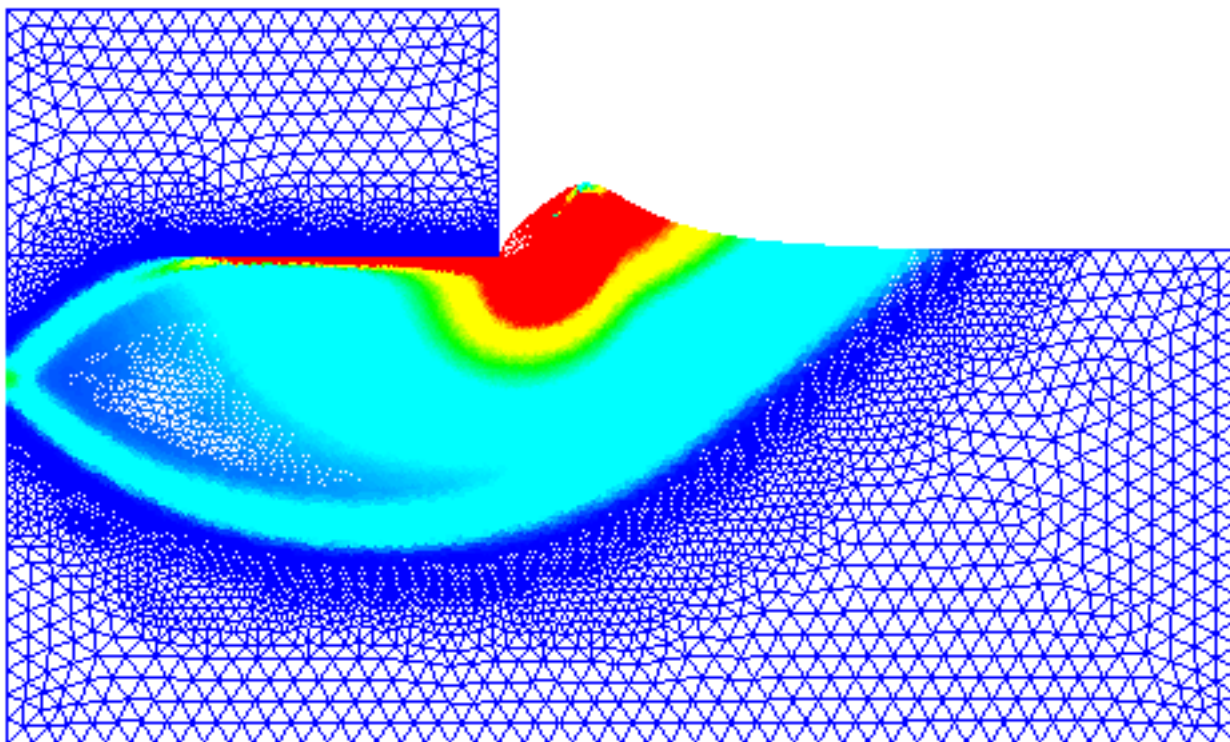
**Sokolovskii V. V.** Static of Soil Media [Book]. - [s.l.] : Pergamon Press, 1965.

**Terzaghi K.** Theoretical Soil Mechanics [Book]. - New York : John Wiley and Sons, 1943.

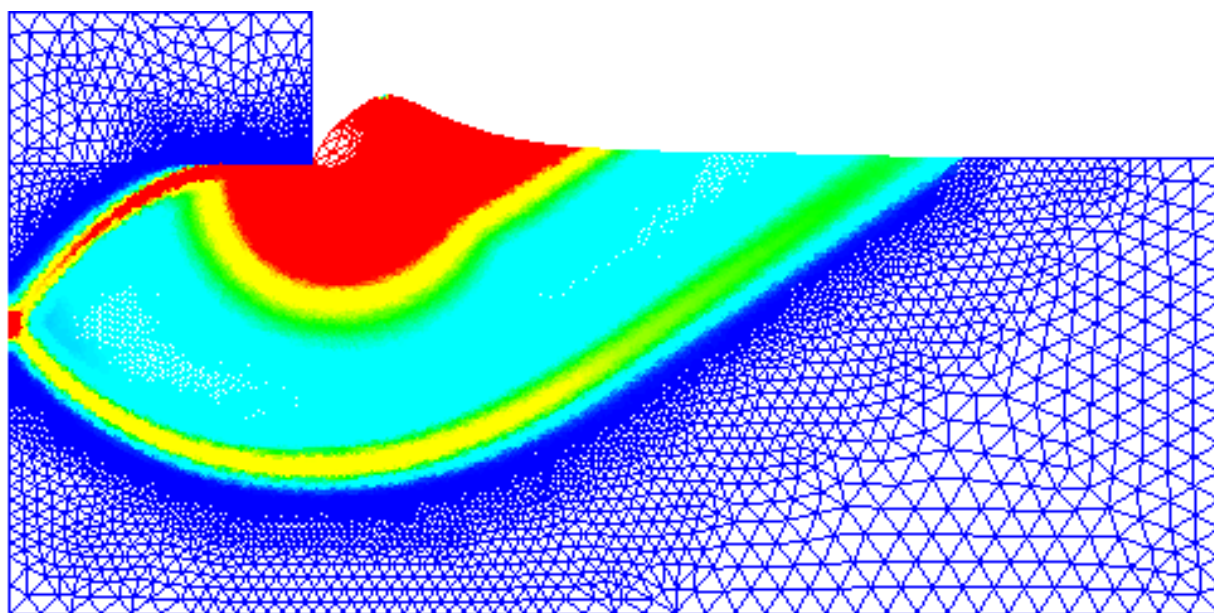
**Vesic A.** Bearing capacity of shallow foundations [Book Section] // Foundations engineering handbook / book auth. Winterkorn H. F., Fang, H. Y.. - Nova york : Van Nostrand Reinhold, 1975. - Vol. 1.

## ANEXO - MODELOS VISUALIZADOS NO PROGRAMA PARAVIEW.

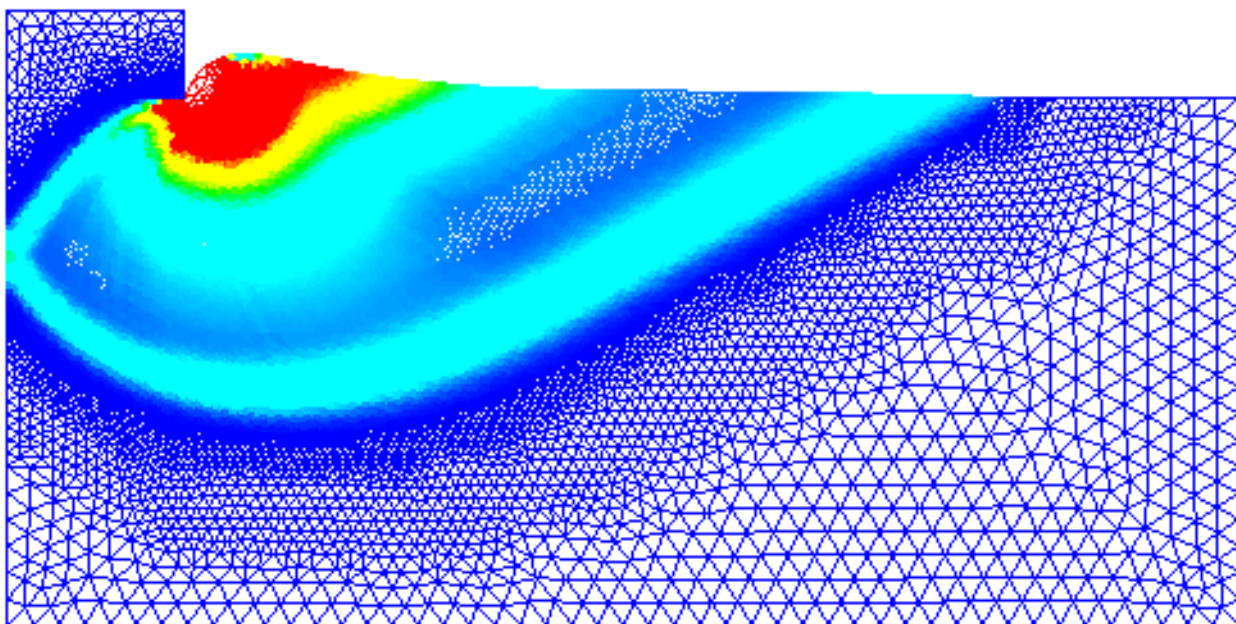
Deformação e dissipação da energia das malhas para o  $N_\gamma$ .



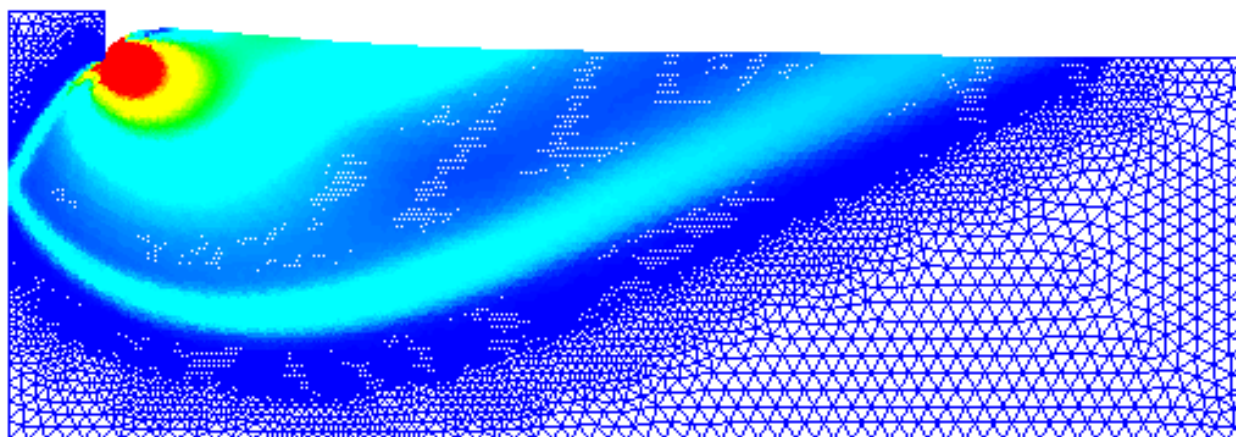
$\varphi' = 10^\circ$



$\varphi' = 20^\circ$

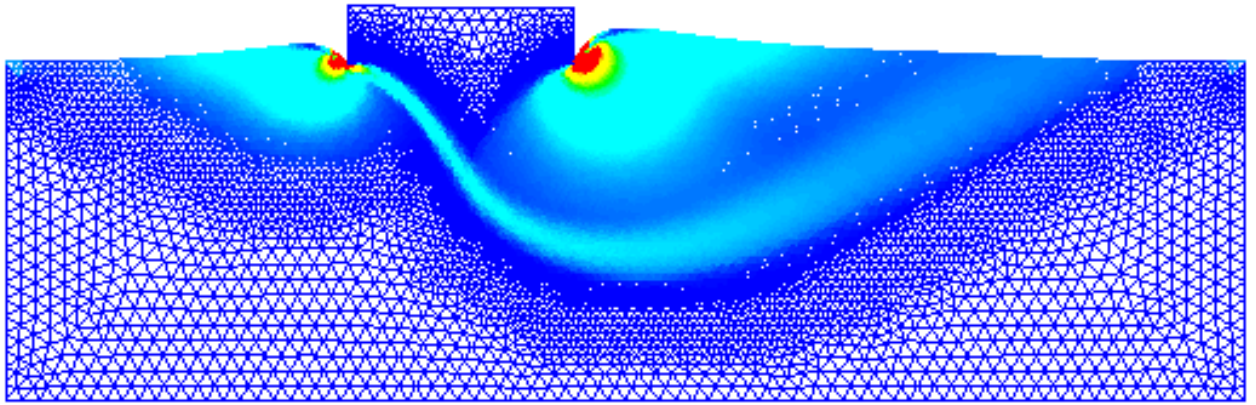


$$\varphi' = 30^\circ$$

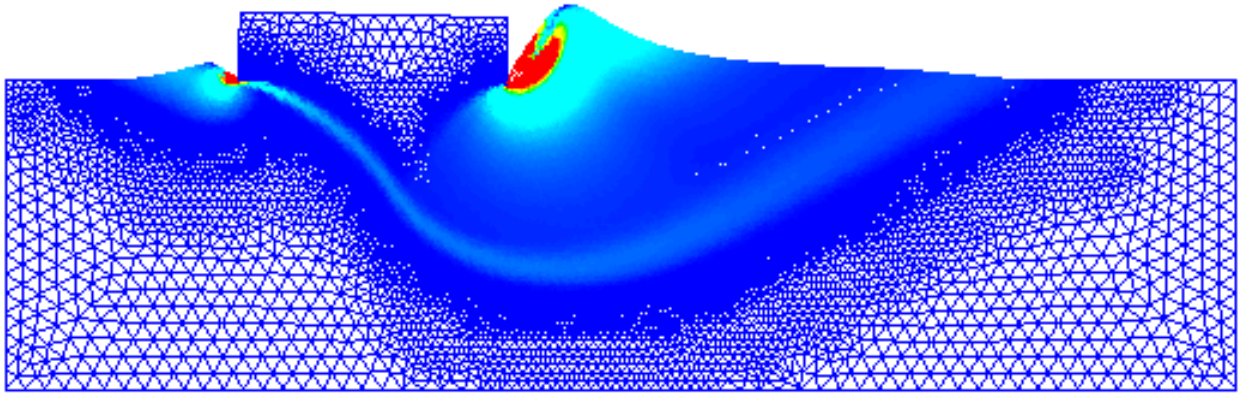


$$\varphi' = 40^\circ$$

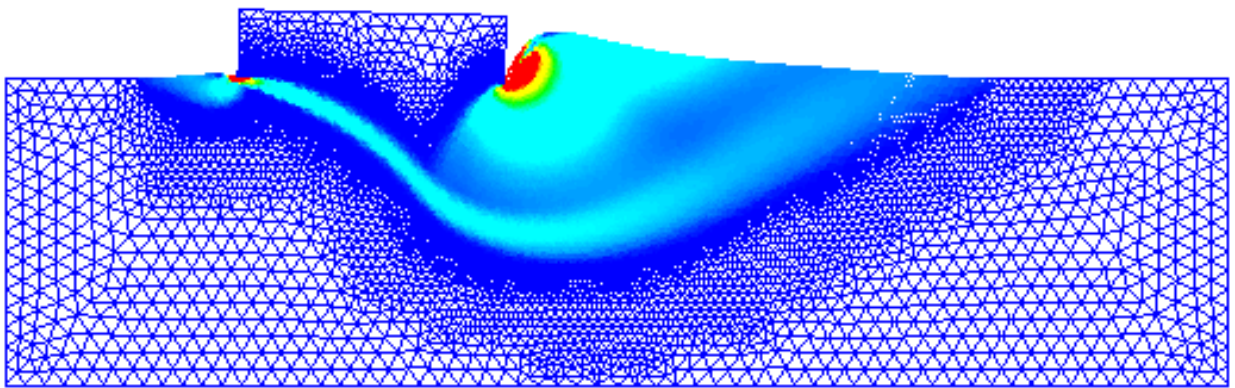
Os modelos abaixo representam a deformação e dissipação da energia das malhas para o o  $i_\gamma$  e  $\varphi' = 30^\circ$



$$\alpha = 1^\circ$$

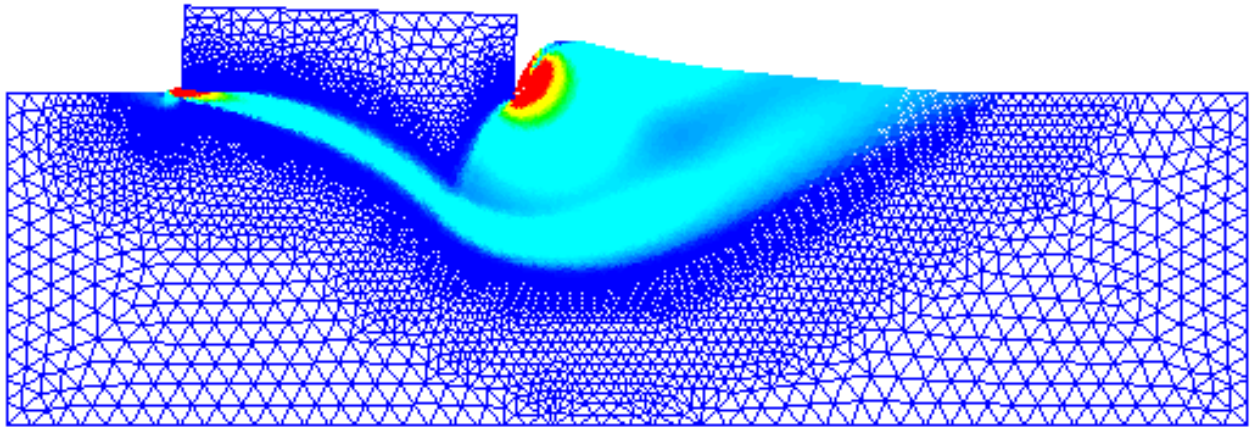


$$\alpha = 5^\circ$$

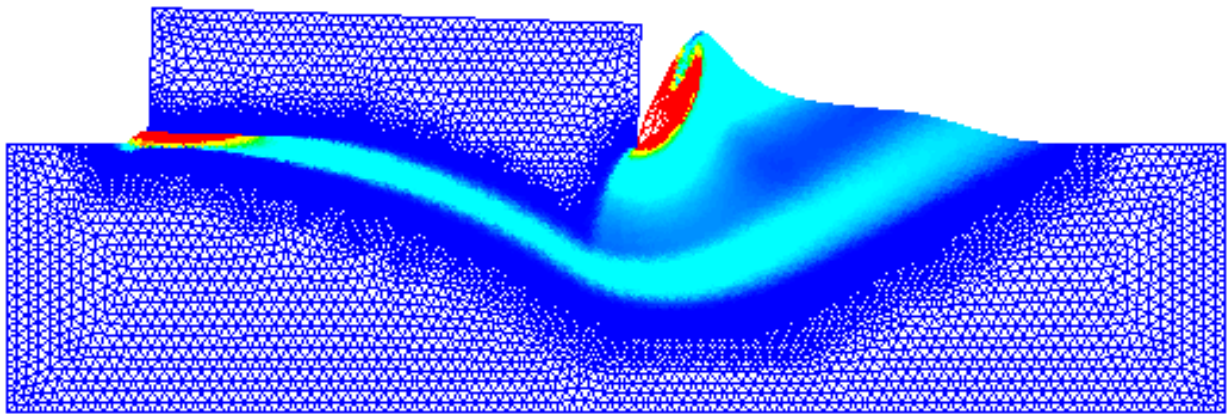


$$\alpha = 10^\circ$$





$\alpha = 15^\circ$



$\alpha = 20^\circ$